

**MAESTRÍA EN EPISTEMOLOGÍA Y METODOLOGÍA DE LA CIENCIA
UNIVERSIDAD NACIONAL DE MAR DEL PLATA**

**EL USO DE ANALOGÍAS COMO ESTRATEGIA PARA EL
APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA.**

LIC. ALICIA MASSONE

DIRECTOR: DRA. GLADYS TOMBA

CODIRECTOR: Mr. SEBASTIÁN URQUIJO

Mar del Plata, marzo de 1999.

**Servicio de Información Documental
Dra. Liliana B. De Boshi
Fac. Humanidades
UNMDP**

AGRADECIMIENTOS

A los alumnos de la Cátedra Análisis Numérico de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional de Mar del Plata, por su participación comprometida en esta investigación.

A la Lic. Marisa Troglia, por su inestimable colaboración.

A Fernando, Lucas y Ana Belén, por su apoyo constante.

A mis queridos padres, por su ejemplo de perseverancia.

INDICE

<u>INTRODUCCIÓN</u>	1
<u>CAPITULO I. ANÁLISIS DEL TÉRMINO ANALOGÍAS DESDE DISTINTAS POSTURAS QUE TEORIZAN ACERCA DEL APRENDIZAJE.</u>	
I.1. Sobre el significado del término <i>analogía</i> desde las distintas concepciones del aprendizaje	13
I.2. Naturaleza y alcances de las analogías en la Teoría del Aprendizaje Significativo (Ausubel, 1968)	22
<u>CAPÍTULO II. EL USO DE ANALOGÍAS EN EL PROCESO DE ENSEÑANZA.</u>	
II.1. Investigaciones empíricas sobre el rol de analogías en el aprendizaje	28
II.2. Analogías como estrategia de enseñanza-aprendizaje	44
<u>CAPITULO III. ASPECTOS METODOLOGICOS</u>	
III.1. Tipo de diseño.....	54
III. 2. INSTRUMENTOS Y PROCEDIMIENTOS.	
III.2.1. Plan de entrenamiento.....	55
III.2.2. Fundamento del plan de entrenamiento	56
III.2.3. Plan de entrenamiento en producción de analogías	61
III.3. Prueba de Aptitud Matemática (P.A.M.)	66
<u>CAPITULO IV. RESULTADOS</u>	
IV.1. Análisis estadístico.....	69
IV.2. Diferencial de aprendizaje	70
DISCUSION	82
BIBLIOGRAFIA	88
ANEXOS I a VI	94-120

INTRODUCCIÓN

Una de las novedades que llama la atención en las propuestas curriculares elaboradas en el marco de la reforma del sistema educativo es la importancia atribuida al aprendizaje y la enseñanza de los *procedimientos* –“destrezas”, “técnicas”, y/o “estrategias de enseñanza-aprendizaje”- términos, estos últimos, utilizados con anterioridad a la convención de usar el término *procedimientos*.

Con la implementación de la Reforma Educativa surgen las demandas concretas y específicas del docente acerca de cómo aplicar esta nueva propuesta a la práctica concreta y cotidiana.

Las demandas educativas actuales se concentran en el “cómo” del aprendizaje. Los docentes, en la actualidad, no demandan acerca del “qué” enseñar, sino del “cómo” hacerlo, es decir, requieren de estrategias de enseñanza-aprendizaje, que permitan la implementación de esta propuesta pedagógica alternativa. Tales demandas reflejan una cierta tendencia al cuestionamiento de la forma tradicional positivista de transmisión del conocimiento. A pesar de esta tentativa de cambio, consideramos que aún se sigue practicando una *pedagogía de la transmisión* (Moreno Armella, 1998), que considera a la matemática como un producto elaborado que debe ser trasladado al alumno mediante una clase teórica tradicional, en general el docente ignora el proceso de articulación del conocimiento que realiza el estudiante.

Nos encontramos en el seno mismo de una pedagogía positivista

interesada en demasía por los resultados finales y descuidando la elaboración o proceso del aprendizaje y las relaciones con la experiencia propia del aprendiz.

Entendemos que la división tajante entre producto y proceso tiene su origen en una epistemología positivista y fiel a la distinción estricta entre fase o contexto de descubrimiento y fase o contexto de justificación de lo descubierto. Así como para el empirismo la elaboración de una epistemología general sólo podría hacerse a partir de los resultados finales de la investigación científica y de las relaciones de esta con la experiencia, para la pedagogía tradicional el aprendizaje se reduce a un resultado final o producto cuantificable.

Durante años se han hecho diversas críticas a la tradicional distinción entre contexto de descubrimiento y de justificación intentando mostrar que está conectada con distinciones tan relevantes para la filosofía de la ciencia como para la pedagogía, equiparables a distinciones tales como la que hay entre lo factual y lo normativo o entre la lógica y lo empírico, o incluso entre lo memorístico y lo significativo.

En los últimos años ha habido desde la pedagogía y más específicamente desde las teorías del aprendizaje, distintas tentativas de estudiar y explicar los procesos de descubrimiento, por ejemplo, hubo autores como Polya (1968), Hanson (1971) y más recientemente Simon (1987) y Thagard (1990), que desde un punto de vista computacional afirmaron la existencia de componentes lógicos y

reglas heurísticas en los procesos de descubrimiento científico. Comparando los procesos de descubrimiento con la resolución de problemas optan por añadir un tercer término a la distinción de contextos, e incluso un cuarto. Echeverría (1989), por ejemplo, intenta perfeccionar esta distinción tradicional entre descubrimiento y justificación. Reivindica la necesidad de ocuparse también del contexto de descubrimiento, diferenciando cuatro contextos de la actividad científica: *contexto de educación* dedicado a la enseñanza y difusión; *contexto de innovación* o antiguo contexto de descubrimiento; *contexto de evaluación* o antiguo contexto de justificación y el *contexto de aplicación* que es la contextualización de los resultados de la actividad científica en uno u otro ámbito. Este planteo hace hincapie en que no puede haber descubrimiento ni justificación científica, sin previo aprendizaje, y por ello hay que partir del contexto de enseñanza; ya el propio Kuhn (1983) ha hablado del *contexto de pedagogía* para referirse a que no hay intención científica sin aprendizaje previo.

Uno de los objetivos básicos del contexto de enseñanza o pedagógico en el sentido Kuhniano, es la adquisición por parte del estudiante de representaciones mentales adecuadas a los conocimientos previos, esta actividad no es exclusivamente individual sino que está mediatizada por los contenidos a enseñar, el orden de su presentación, la estructura cognitiva del aprendiz, y las *estrategias docentes* a través de las cuales los mismos agentes docentes tratan de

dilucidar la mayor o menor competencia de los estudiantes, su aptitudes y conocimientos previos; orientando y motivando por medio de dichas estrategias sus representaciones mentales.

Esta corriente de cambio que impulsa la necesidad de estudiar los procesos cognitivos (de descubrimiento) implicados en el aprendizaje se traducen hoy por hoy en la demanda docente acerca de cómo enseñar, es decir, cómo y qué hacer para motivar al alumno, en este sentido, para que un contenido sea para él significativo y esté en relación con su estructura cognitiva.

Entendemos que esta concepción activa de la enseñanza requiere para su implementación en el aula, un *pool* de estrategias que permitan al docente a partir de su implementación, transformar el contenido a enseñar en algo que tenga sentido para el estudiante conforme a su estructura cognitiva. En tal sentido, consideramos que el contexto de enseñanza se fundamenta en la propuesta de estrategias o herramientas de enseñanza-aprendizaje de posible aplicación en el aula, que es lo que los docentes más demandan en la actualidad a partir de la implementación de la Reforma Educativa.

En este sentido, y como un intento de responder a dicha demanda específica, esta investigación se propone evaluar el uso de analogías en el aula, como herramienta para la enseñanza-aprendizaje de la matemática.

Para Gianella (1975), el pensamiento analógico es un tipo de razonamiento no deductivo en el cual la conclusión se podría inferir con

cierto grado de probabilidad de las premisas, pero no con necesidad. Plantea la analogía como un posible método de prueba de validez o invalidez de un razonamiento, consistente en que dado un razonamiento, tratamos de encontrar uno de la misma forma que tenga premisas verdaderas y conclusión falsa, si lo hallamos habremos probado que el razonamiento es inválido. La limitación de este método consiste en que si no encontramos un ejemplo tal, no es seguro que el razonamiento sea válido puesto que podría ocurrir que sea inválido y no se nos ocurra un ejemplo.

La aplicabilidad de las analogías se ha convertido en un tema de interés en la Psicología Cognitiva de la *última década*¹. Frecuentemente los maestros usan analogías para hacer comprensibles materias poco familiares para los estudiantes. Sin embargo, poco se sabe sobre cuáles son los procesos cognitivos puestos en juego por los maestros y los estudiantes, y las condiciones de aplicabilidad; ¿Cómo aplicar esta herramienta de enseñanza? ¿Podría ser entrenable, a los fines de sistematizar su empleo y aplicación?

Se han empleado analogías para enseñar una variedad extensa de temáticas, entre otras, *matemática*², *ciencia*³, *política*⁴, *programas de computación*⁵, y *resolución de problemas*⁶.

¹ (Curtis & Reigeluth, 1984; Glynn, 1989; Thagard, 1992; Stavy, 1991; Newby, Ertmer & Stepich, 1995; Clement, 1985, 1987, 1993; Novick & Holyoak, 1994).

² Novick & Holyoak, 1991.

³ Driver & Ericson, 1982; Driver, Guesne & Tiberghien, 1985; Gilbert 1983; Osborne & Freyberg, 1985; Stavy, 1991.

⁴ Peattie, 1990.

⁵ Rumelhart & Norman, 1981.

En este estudio, se aborda uno de los fenómenos cognitivos que, tal como se mencionó anteriormente, ha motivado una amplia variedad de investigaciones: *la producción de analogías en el proceso de enseñanza- aprendizaje* ⁷. En estas investigaciones se comparte la idea que la analogía es una función o capacidad cognitiva natural de la inteligencia humana. El presente trabajo continúa con esta línea de investigación, poniendo especial énfasis en el sujeto que aprende, específicamente en la analogía como proceso cognitivo comprometido en la resolución de problemas matemáticos.

La tesis central de este estudio, establece que el uso de analogías como estrategia de enseñanza-aprendizaje, adquirida por entrenamiento específico, mejora el desempeño o *aptitud matemática* de los alumnos. Se tratará de demostrar que se trata de una estrategia entrenable, que influye positivamente en el aprendizaje de la matemática.

Consideramos que por el entrenamiento específico en resolución de problemas por analogía, se podría mejorar la aptitud matemática de los estudiantes; en este sentido, trataremos de demostrar el efecto del entrenamiento en producción de analogías sobre el rendimiento o aptitud matemática. La aptitud se mide mediante una prueba de aptitud matemática GRE (1996-97 General Teste Descriptive) y se traduce en un

⁶ Gordon, 1961.

⁷ Clement, 1985, 1993; Gentner, 1989; Di Vesta, 1991; Stavy, 1991; Novick & Holyoak, 1991; Duit, 1991; Thagard 1992; Mayer, 1993; Harrison & Treagus, 1993, 1994; Robins & Mayer, 1993; Adrover, 1994, Mason, 1994; Newby, Ertner & Stepich, 1995; Wautier & Westman, 1995; Schwartz & Black, 1996; Spellman & Holyoak, 1996; Ross & Kilbane, 1997).

puntaje.

Se trabajó con alumnos de tercer año de Ingeniería que cursan la materia Análisis Numérico y voluntariamente desearon participar de la investigación. Todos ellos resolvieron una prueba inicial de aptitud matemática (P.A.M. I) o primera parte de la sección matemática del GRE 96-97 con la finalidad de determinar el rendimiento o aptitud matemática del grupo en su totalidad. Los estudiantes a los que aleatoriamente se les asignó la condición de sujetos experimentales resolvieron un programa de entrenamiento en producción de analogías. El mismo consiste en seis módulos, de resolución individual y frecuencia semanal, cada uno de ellos garantiza la producción de analogías mediante resolución de problemas de matemática, lengua, creatividad, etc.

Una vez finalizado el entrenamiento y con la finalidad de comparar el rendimiento de ámbos grupos y sus posibles diferencias, se administró a todos los estudiantes (experimentales y de control) otra prueba de aptitud matemática (P.A.M.II) o segunda parte de la sección matemática del GRE 96-97, equivalente en nivel de dificultad y contenidos a la P.A.M.II administrada inicialmente.

La efectividad de la intervención y por ende del uso de analogías como estrategia para el aprendizaje de la matemática, se evaluó al notar las diferencias, si las hay, en las puntuaciones en medición dependiente (ptaje P.A.M.I y ptaje. P.A.M.II)

En función de lo antedicho, se trata de un diseño de grupo

control con pretest y postest que comprende además de la variable experimental, las medidas antes y después del entrenamiento en analogías y el grupo control al que se le aplica un tratamiento cero.

El hecho de separar dos variables a los efectos de su análisis, es una abstracción propia de la naturaleza del experimento que cumple con la finalidad práctica del mismo, es decir, el hallazgo de un proceso cognitivo básico para determinar su relación con una variable de desempeño (aptitud matemática). Esta relación podría verse afectada por la influencia de otras variables o variables externas a la investigación. Esta posible influencia se trató de controlar mediante, *igualación de los grupos*: se estima que la composición de variables externas sea la misma en todos los sujetos tanto del grupo experimental como del control; *repetición*: se prevee realizar un post test retardado a los fines de determinar si la posible diferencia de desempeño persiste en el tiempo; *grupo control*: similar al experimental pero no sometido al estímulo o variable independiente; y *control estadístico*: mediante técnicas paramétricas y no paramétricas.

Siguiendo a Ausubel (1968) entendemos el uso de analogías como uno de los procesos cognitivos por el cual el alumno atribuye sentido y hace significativo aquello que se le está enseñando. La Teoría Cognitiva del Aprendizaje Significativo, propuesta por Ausubel (Ausubel, Novak y Hanesian, 1963, 1968) afirma que un cuerpo de conocimientos es mucho más fácil de comprender y recordar si se conecta y relaciona con el conocimiento previamente almacenado en la

estructura cognitiva.

Se usa una analogía en el aula, con el propósito de que el alumno produzca la transferencia de información de un dominio conocido al aprendiz hacia uno desconocido y que se trata de enseñar. Esta transferencia de información genera en el alumno un mecanismo de *exploración cognitiva* (Clement,1989), por el cual comprende la información nueva haciéndola significativa para su estructura cognitiva.

Compartimos la opinión de Novick (1991) y definimos al proceso central del pensamiento por analogía como la transferencia de conocimiento (importación de relaciones) desde un cuerpo de información cognitivamente más accesible, mejor consolidado y estructurado (análogo o base) a otro dominio de conocimiento cuyo aprendizaje se intenta promover (*target*), mediante un proceso de mapeo o de búsqueda de correspondencias entre ámbos.

Se han desarrollado distintas teorías que intentan explicar la transferencia analógica es decir, cómo se proyecta y aplica la información de un dominio conocido a uno desconocido y no habitual ⁸. En la mayoría de los casos, la transferencia analógica es vista como un proceso de moldeamiento (Holyoak, 1985), en el cual la *fuentes* es usada para desarrollar progresivamente el *target*. Este proceso tiene lugar a través del mapeo de propiedades entre la fuente y el *target* y determina

⁸ Getner, 1982, 1983, 1988; Getner & Toupin, 1986; Holyoak 1984,1985; Holyoak & Thagard, 1989; Thagard, Holyoak, Nelson & Gochfeld,1990.

las propiedades o características del dominio fuente que se seleccionan para transferir hacia el *target*. De ésta manera se produce una analogía que servirá como armazón o *contexto asimilativo* (Ausubel, 1968) para la adquisición de nuevos conocimientos.

En este sentido, la estrategia analógica, consiste en una modalidad de explicación en donde la instrucción de los nuevos conocimientos, por parte del que enseña, se realiza a partir del establecimiento explícito de una conexión, con un dominio de conocimiento más familiar y mejor organizado, que sirve como marco referencial para comprender la nueva información. Estableciendo un sistema de relaciones entre los elementos del nuevo conocimiento, que se integra en forma significativa a la estructura cognitiva (Adrover, 1996).

En este estudio se emplea el término estrategia de enseñanza-aprendizaje, puesto que el uso de analogías como estrategia relaciona deliberadamente y compromete tanto al docente como al alumno. El docente plantea en forma explícita la instrucción, indica cual es el propósito de la misma y sobre todo en que relaciones y conceptos se debe focalizar el proceso de mapeo, es decir, coordina la transferencia de información; y el alumno conecta la nueva información con la almacenada en su estructura cognitiva generando posibles semejanzas y diferencias funcionales y estructurales (mapeo). Entendiendo así al concepto estrategia de enseñanza-aprendizaje, como el proceso cognitivo de toma de decisiones, en las cuales el alumno elige y

recupera de manera coordinada, los conocimientos que necesita para cumplimentar una determinada tarea (Monereo, 1994), y el docente ofrece una instrucción (tarea-ejercitación) formalmente establecida.

En este sentido entendemos a la enseñanza - aprendizaje como dos dimensiones de un mismo proceso activo y al uso de analogías, como estrategia de enseñanza-aprendizaje que podría ser enmarcada en el *contexto de enseñanza* de la epistemología actual.

Los resultados de este estudio podrían significar un aporte tanto a la didáctica de la matemática, como a la psicología cognitiva, en tanto que permitirían generar una propuesta pedagógica educativa que repose en estrategias cognitivas alternativas de eficiencia probada. Somos conscientes que nos encontramos en un estado inicial de investigación y que a partir de los resultados de esta estudio se generarían vastas preguntas que abrirían puertas para investigaciones futuras.

La propuesta que en este trabajo se hace intenta abrir un nuevo campo de estudio, poco frecuente en la bibliografía disponible en español. En las páginas que siguen se intenta una primera aproximación al significado del término analogía para luego, fundamentarlo desde distintas posturas teóricas que abordan la temática. En el segundo capítulo se presentará las analogías en el contexto de aplicación es decir, el uso de analogías en la práctica educativa concreta y los antecedentes que existen sobre la temática. En los capítulos tercero y cuarto se detallan el procedimiento de

investigación, tipo de diseño, se describen los instrumentos, y se presentan los resultados.

CAPITULO I

ANÁLISIS DEL TÉRMINO ANALOGÍAS DESDE DISTINTAS POSTURAS QUE TEORIZAN ACERCA DEL APRENDIZAJE.

I.1. Sobre el significado y alcances del término *analogía* desde las distintas concepciones del aprendizaje.

Siguiendo a Adrover y Duarte (1996) aceptamos la definición de una analogía como la transferencia de conocimiento de una “unidad” de información a otra por un proceso de mapeo o búsqueda de correspondencias estructurales entre ámbas, de modo que se pueda por su intermedio, establecer relaciones entre contenidos de dominios diferentes y, lo que es más importante, entre estructuras que subyacen a fenómenos de campos diversos.

Una analogía implica así el establecimiento de relaciones entre dos sistemas que presentan un conjunto variable de correspondencias a nivel de las relaciones entre sus elementos componentes, de tal forma que las relaciones entre los elementos del primer sistema (*base*) sean comparables a las relaciones entre los elementos del segundo (*target*). De este modo lo que define la existencia de una analogía entre dos sistemas diferentes, no es exclusivamente compartir elementos o propiedades sino también poseer un conjunto de relaciones similares entre los elementos que componen tales sistemas.

El término *base* se define como un cuerpo o dominio de información cognitivamente accesible, y mejor consolidado que se encuentra

almacenado en la estructura cognitiva del alumno a la hora de resolver una determinada instrucción.

El término *target*, es aquel dominio de información cuyo aprendizaje se intenta promover, mediante un proceso de mapeo o búsqueda de correspondencias. Los términos *base* y *target*, no indican alguna clase de jerarquía sino que son términos que refieren a la identidad o propósito del uso de analogías (Gentner, 1983; Rumelhart y Norman, 1981; Glynn, 1989) en el proceso de enseñanza – aprendizaje.

Consideramos importante aclarar la relación entre el concepto analogía y otros conceptos con los que habitualmente se lo asocia. A saber, *metáfora, modelo, y ejemplo*.

En cuanto analogías y *metáforas*, expresan comparaciones y describen o detallan similitudes, pero las dos lo hacen desde distintos caminos. Una analogía compara explícitamente las estructuras de dos dominios, identificando la identidad de partes de las estructura. En cambio la metáfora compara implícitamente, destacando en primer plano la cualidad relacional que no coincide en los dos dominios. Usada literalmente una metáfora se centra en lo discordante, en las diferencias. Una analogía, por el contrario, hace hincapie en las similitudes. Consideramos que analogías y metáforas podrían ser vistas como polaridades que según Duit, (1991) juegan un importante rol en los procesos de aprendizaje.

Analogías y *ejemplos* son propuestas similares en el proceso de aprendizaje, aunque es posible establecer la diferencia entre ámbos, ya

que ejemplo es un caso de un concepto, no una comparación de un rasgo o aspecto similar de dos conceptos (Glynn1989). Hay ejemplos que pueden ser vistos como una analogía, por caso, cuando un estudiante asocia un ejemplo adicional, nuevo con un concepto dado.

Finalmente, en cuanto al término *modelo* es usado en varios sentidos diferentes (Bunge, 1973; Leatherdale, 1974). A menudo los autores no son muy consistentes en la forma que usan el término pero todos lo asocian con el término analogía, en el sentido que tanto uno como otro, implican el mapeo estructural de diferentes dominios. Usualmente representan partes de la estructura del dominio *target*. Se debe resaltar aquí que un modelo provee una analogía, esto es la relación analógica confecciona un modelo. Por ello no sorprende que los términos analogía y modelo, sean frecuentemente usados, en cierto contexto semántico, como sinónimos. En el campo científico es muy usual el uso de modelos con la finalidad de expresar con más claridad algún fenómeno, por ejemplo en psicología cognitiva, el modelo "multialmacén" para la memoria (Atkinson y Shifrin, 1968); el de "búsqueda serial" (Sternberg, 1968). Se considera que todo modelo se fundamenta en una relación analógica, es decir, que para elaborar un modelo en ciencia, es necesario detectar alguna similitud o identidad entre el fenómeno que se intenta explicar y alguna situación cotidiana, concreta y de fácil comprensión.

En psicología cognitiva, y tal como se ejemplificó anteriormente, existen una vasta cantidad de modelos enmarcados en posturas

teóricas que fundamentan distintas concepciones de aprendizaje y de analogía.

Desde la Teoría de los esquemas, Rumelhart y Norman, (1981), consideran que un esquema es un paquete de conocimiento basado en procedimientos especializados, empleados en la interpretación de eventos. En esta línea teórica ⁹, se define una analogía como una transferencia de esquemas, desde un dominio familiar hacia un dominio novedoso o situación problema a resolver, es decir, un mapeo (*mapping*) del conocimiento, desde un dominio origen o *source* hacia un dominio *target* ¹⁰.

Desde la visión de la Teoría de los Esquemas, se distinguen dos tipos o estilos de aprendizaje; *a. de acrecentamiento*, que es la incorporación de nueva información a los términos que ya existían en el esquema, sin desarrollar un nuevo esquema. La generación de un nuevo esquema ocurre sólo en otro tipo de aprendizaje, llamado de *Afinación o evolución de esquemas* y reestructuración o creación de esquemas. Aquí, en este tipo de aprendizaje, es donde la analogía juega un rol, un nuevo esquema es generado por analogía, específicamente por transferencia estructural desde el dominio *origen* al dominio *target*.

No sólo la teoría de los esquemas proporcionó un aporte valioso al estudio de las analogías, sino que también la teoría constructivista

⁹ Gick & Holyoak, (1983); Holyoak, (1985); Holyoak, Junn, & Biliman, (1984); Holyoak & Koh, (1987); Gentner (1983, 1988, 1989); Gentner & Gentner, W.R. (1983); Rumelhart & Norman, (1985); Vosniadou (1989)

¹⁰ Por otros ejemplos de esta perspectiva de *mapeo (mapping)* ver Collings y Burrmestein, 1989; Rumelhart y Norman, 1983; Sternberg, 1977, 1982; Vosniadou, 1989.

tuvo un lugar protagónico. Duit, (1991), usa el término analogía desde una visión constructivista del fenómeno y se refiere a ella como la comparación estructural entre dos dominios, R1 y R2. Son representaciones análogas de dos dominios de la realidad con respecto a la estructura del sujeto, por ejemplo, agua y circuito eléctrico.

En este modelo, las ideas centrales son, a. Los procesos de construcción activa del conocimiento, procesos de acción (actividad) que usan lo ya familiar (conocido-aprendido) para comprender lo no familiar (desconocido-nuevo) ; y b. La idea de el aprendizaje sólo es posible sobre la base de conocimientos previamente adquiridos.

Aprendizaje, por lo tanto, podría relacionarse fundamentalmente con el establecimiento de relaciones entre lo nuevo y lo ya conocido, y este es, precisamente, el aspecto que enfatiza la significancia de una analogía en la visión constructivista del aprendizaje.

Según lo antedicho, la teoría de los esquemas, podría coincidir en algunos aspectos con la visión constructivista. Es evidente la similitud entre el *aprendizaje de acrecentamiento* con los procesos de asimilación-acomodación piagetianos, (Piaget, 1953). Mientras que el *aprendizaje de afinación o evolución de esquemas y reestructuración*, podría aparentemente compartir algunos rasgos con los procesos de abstracción reflexiva (Piaget, 1953). Ambas visiones teóricas, consideran que empleando analogías se facilitaría el aprendizaje del

nuevo dominio, desplegándose una nueva perspectiva por reestructuración y reorganización.

Desde la teoría del Procesamiento de Información, Sternberg, (1977), considera una analogía como un proceso de comparación de atributos a través del cual se encuentran correspondencias entre dos términos. Requiere la utilización de los procesos cognitivos de comparación y discriminación. Según esta teoría existen seis procesos componenciales de una analogía:

- a. La *codificación*, mediante la cual el sujeto percibe un término de la analogía y almacena en la memoria en funcionamiento, los atributos relevantes del término de la analogía y un valor que corresponde a cada atributo almacenado.
- b. La *inferencia*, mediante la cual el sujeto descubre la relación entre los términos A y B de la analogía y almacena la relación entre ellos en la memoria en funcionamiento;
- c. La *representación (mapping)*, mediante la cual el sujeto une el dominio de una analogía con el rango, al descubrir la relación de los términos A y C de la analogía;
- d. La *aplicación*, mediante la cual el sujeto aplica desde C a cada opción de respuesta, una relación que es análoga a la relación inferida;
- e. La *respuesta*, el sujeto comunica una solución; y por último la *justificación*, que es la fundamentación de la solución.

Aunque las teorías citadas, expresen distintas consideraciones acerca del concepto aprendizaje, se observa cierta identidad en la definición de analogía, aceptando y compartiendo un mismo núcleo central identificado como un proceso de mapeo (*mapping*) del conocimiento, entendido este, como la búsqueda o construcción de correspondencias ordenadas entre elementos de una *fuentes* u *origen* y aquellos de un *target*.

Desde la perspectiva de este estudio se considera que la teoría de los esquemas es la que explica con mayor claridad y precisión los procesos componenciales de una analogía porque los demuestra empíricamente ¹¹, su visión acerca del aprendizaje, podría aceptar el uso de analogías como herramienta de enseñanza-aprendizaje, en la medida que una analogía contribuiría a la reorganización de esquemas, fomentando la interconexión de información y acrecentando el caudal de información en cada esquema.

Los representantes de la teoría de los Esquemas y de la teoría Constructivista, han producido sendos *modelos de enseñanza* con analogías; el GMAT o Modelo General de Enseñanza con Analogías (Rumelhart y Norman, 1981), y el TWA o Enseñanza con analogías (Glynn, 1989, 1991), respectivamente.

El GMAT es un modelo de uso de analogías que se basa en la teoría de los Esquemas de Rumelhart y Norman (1981), contiene varias

¹¹ Gick & Holyoak, 1983; Holyoak, 1985; Holyoak, Junn, & Biliman, 1984; Holyoak & Koh, 1987; Novick y Holyoak, 1994.

consideraciones pragmáticas y se compone de cuatro etapas o estados; el primero es opcional. El estado II, es esencial en la planificación de los procesos de aprendizaje, aquello que el aprendiz conoce acerca del fenómeno a enseñar es de vital importancia. El estado III, analiza si los materiales de enseñanza contienen analogías disponibles o si un nuevo material de enseñanza debe planificarse. El estado IV, su principal aspecto es la familiaridad y complejidad de la analogía dando prioridad a las analogías que provienen de atributos similares.

Aunque no se puede negar su utilidad en el aula, se considera que posee algunas limitaciones. Es muy pragmático y parece carecer de aspectos principales de la teoría base, como la cuestión dinámica y el componente de reorganización constante; y trata de manera vaga el valor de los conocimientos anteriores.

El modelo TWA de enseñanza con analogías, fue ideado por un grupo de la Universidad de Georgia, (Glynn, 1989, 1991), que han investigado el valor de las analogías usadas en libros de textos y han desarrollado una valiosa organización del uso de analogías en la enseñanza, desde una postura constructivista. Consideran que el uso de ellas tiene una función explicativa y una función creativa. Una analogía cumple una función creativa cuando se estimula la solución de problemas existentes por identificación de nuevos problemas y generación de hipótesis; y tiene una función explicativa cuando se

conecta un nuevo concepto o principio con términos que son familiares para el estudiante.

El TWA contiene seis operaciones (Glynn, 1989 pp.198),

1. Introducción del concepto target
2. Recuperación en la memoria del concepto análogo.
3. Identificación de aspectos similares entre los conceptos.
4. Mapeo de aspectos similares.
5. Establecimiento de conclusiones acerca de los conceptos.
6. Identificación de donde la analogía se destruye, es decir, los aspectos que no comparten la fuente y el target.

Se considera que proporciona una estructura demasiado general y la sucesión de cada paso parece rígida y no se corresponde con los caracteres dinámicos de la teoría constructivista.

Entendemos que el modelo TWA como el GMAT se fundamentan o apoyan en el mismo supuesto teórico según el cual la estructura de conocimiento del estudiante es el factor principal para la comprensión en el aprendizaje; en el proceso de generar una analogía el estudiante, atribuye a la nueva información un significado interno y personal propio de su estructura cognitiva. De esta manera el contenido a aprender se convierte en algo significativo para ese sujeto y es el producto de la interacción de un material o información nueva y la estructura cognitiva preexistente (Ausubel, 1968).

La mente humana no está diseñada para internalizar o almacenar asociaciones arbitrarias puesto que se retienen cantidades muy

limitadas de información y estas son muy vulnerables a las interferencias de otras asociaciones arbitrarias. Apoyamos la hipótesis de Ausubel, según la cual puede aprehenderse y retenerse mucho más, si el alumno asimila sólo lo sustancial de las ideas y genera asociaciones de información, personales, en relación a su estructura cognitiva, y no arbitrarias.

En este sentido, la estructura de conocimiento propia del sujeto es el factor principal, para la comprensión en el aprendizaje, específicamente, la organización del conocimiento en estructuras y las reestructuraciones debidas a la interacción entre esas estructuras del sujeto y la nueva información a enseñar. Según Ausubel (1968), esas reestructuraciones son producto de un mecanismo cognitivo denominado *reconciliación integradora de información* que se produce cuando el estudiante reconoce que dos o más conceptos son relacionables en términos de nuevos significados, el aprendiz reconoce nuevas relaciones o vínculos conceptuales por integración de las ideas nuevas con las antiguas. En el marco de este principio ausubeliano, se entiende el uso de analogías como disparador de conexiones e integraciones de conceptos y de una comprensión renovada, que permite al estudiante resolver un problema por atribución de significado.

1.2. Naturaleza y alcances de las analogías en la Teoría del Aprendizaje Significativo (Ausubel, 1968).

Entendemos existe un cierto paralelismo entre el concepto de *aprendizaje significativo* propuesto por Ausubel (1968), y el de *aprendizaje por transferencia analógica*. El aprendizaje por transferencia analógica podría llegar a considerarse un tipo de aprendizaje significativo.

Como afirma Ausubel (1968), El Aprendizaje Significativo es producto de la interacción de un material o una información nueva con la estructura cognitiva preexistente. Es decir, involucra la adquisición de significados nuevos presuponiendo que el material de aprendizaje debe estar relacionado con la estructura cognoscitiva del alumno, la cual contiene ideas con las que el nuevo material puede guardar relación. Los nuevos conceptos ó significados conceptuales se engloban bajo otros conceptos más amplios y más inclusivos, que previamente el estudiante no los considera relacionados. Sugiere conexiones entre los nuevos conocimientos y lo que el alumno ya sabe.

La esencia del aprendizaje significativo, está en que las ideas expresadas simbólicamente son relacionadas con información que el alumno tiene en su estructura cognitiva. Refiriendose así, al papel fundamental que juega en el aprendizaje, los conceptos y proposiciones que el alumno conoce.

Analizando los factores cognoscitivos que intervienen en el aprendizaje, Ausubel (1968) sugiere que la estructura de conocimiento del sujeto que aprende es el factor principal, y pone el acento en la

organización del conocimiento en estructuras y en las reestructuraciones debidas a la interacción entre la información contenida en la estructura del sujeto y la nueva información.

Esta idea merece un especial análisis, puesto que pareciera que el proceso cognitivo que subyace al aprendizaje significativo es una transferencia de información y por que no una verdadera transferencia analógica. Es decir, que los principios propios del aprendizaje significativo podrían comprometer los dos mecanismos básicos de la transferencia analógica, a saber, *recuperación*, y *mapeo*.

La teoría cognitiva de Ausubel (1968) propone tres principios centrales para el aprendizaje significativo. Por un lado supone que,

a. La estructura cognitiva está organizada jerárquicamente con las proposiciones y los conceptos menos generales y más específicos, subordinados a las proposiciones y conceptos más generales e inclusivos. La idea de estructura jerárquica, remite al concepto de inclusión, es decir, la nueva información se puede relacionar e incluir bajo conceptos más generales e inclusivos, sugiere la diferenciación de los conceptos al mostrar las interrelaciones conceptuales específicas. El significado que tiene un concepto determinado depende no sólo del número de relaciones relevantes sino también del nivel jerárquico (inclusividad) de dichas relaciones en la estructura conceptual del sujeto. Se puede afirmar que un conocimiento se ha aprendido significativamente cuando se lo integra de manera activa en su estructura conceptual, se requiere de la integración activa de

conceptos. (Ausubel, 1968)

También, y en este mismo sentido, afirma que: En la estructura cognitiva, los conceptos sufren una diferenciación progresiva, que hace que se discrimine el mayor grado de inclusividad y la especificidad de las regularidades en los objetos o hechos y que se reconozcan nuevos vínculos proposicionales con otros conceptos. Este principio de diferenciación progresiva comparte cierta identidad con el proceso de *recuperación*, que también consiste en una búsqueda organizada de información previamente almacenada en la memoria, que se considera tiene algún tipo de vínculo o conexión con la información nueva que se trata de decodificar (aprender). Esta búsqueda de información con características similares a aquella que tratamos de incorporar, se asemejaría al principio de diferenciación progresiva de información que plantea Ausubel, puesto que ámbos consistirían en discriminar regularidades entre la información acerca de los objetos o hechos y el reconocimiento de nuevos vínculos con otros conceptos. Finalmente, para Ausubel (1968) tiene lugar una reconciliación integradora cuando se reconoce que dos o más conceptos son relacionables en términos de nuevos significados proposicionales y/o cuando se resuelven conflictos de significado entre los conceptos. El reconocimiento de similitudes entre conceptos es lo que los hace mutuamente relacionables. El reconocimiento de similitudes entre información de distintos dominios compromete la construcción de correspondencias entre ámbos, entendiendo que esta construcción de correspondencias

ordenadas se comportaría como el *proceso de mapeo* mismo y el núcleo o sello de la transferencia analógica.

Según lo antedicho estaríamos en condiciones de plantear la existencia de un cierto paralelismo entre el aprendizaje significativo y aprendizaje por transferencia analógica, en virtud de que comparten principios similares con respecto a los procesos cognitivos que subyacen al aprendizaje, a saber, diferenciación progresiva de conceptos - recuperación y reconciliación integradora de información - mapeo. Entonces existiría una correspondencia entre el funcionamiento cognitivo que encierra la producción de una analogía y la organización cognitiva resultante del aprendizaje significativo, en la medida que una analogía produciría un fenómeno cognitivo de transferencia y reorganización entre dominios cognitivos diversos, equiparables en cuanto a su funcionamiento a los principios propuestos por Ausubel para el aprendizaje significativo: diferenciación progresiva y reconciliación integradora de conceptos.

En este marco, si el aprendizaje significativo requiere que el alumno sea consciente de las nuevas relaciones que existen entre los conceptos nuevos que se le trata de enseñar, y los antiguos conceptos almacenados en su estructura cognitiva, entonces, el sujeto necesita indefectiblemente establecer una transferencia de información por analogía. Además se considera que la producción de analogías puede posibilitar nuevas reconciliaciones integradoras que, a su vez, desembocan en una comprensión renovada y más completa del

problema a resolver, ya que, cuando un alumno se esfuerza por generar analogías a partir de un nuevo material de aprendizaje, puede reconocer relaciones entre temas que antes no parecían tenerla, captando el significado de la información en dos ó más dimensiones de un área específica.

CAPÍTULO II

EL USO DE ANALOGÍAS EN EL PROCESO DE ENSEÑANZA.

II.1. Investigaciones empíricas sobre el rol de analogías en el aprendizaje.

La producción y comprensión cognitiva de analogías. Ha sido ampliamente estudiado en el ámbito de la *ciencia*¹², en la *resolución de problemas*¹³.

El pensamiento analógico es común en la vida cotidiana, y se observa que siempre que un fenómeno nuevo sea demasiado extraño o complicado, entonces lo asociamos directamente con representaciones que nos son más familiares; de ésta manera a cada novedad la hacemos parecer similar a alguna cuestión ordinaria. También es bastante común observarlo en la producción científica; por ejemplo, Volta y Amper descubrieron cómo representar la electricidad en términos de las presiones y flujos de fluidos, transfiriendo muchos de sus conocimientos de fluidos al dominio de la electricidad. Varios estudios han investigado el papel de una analogía en las ideas de los estudiantes y en el razonamiento en ciencia (Driver & Ericson, 1982; Driver Guesne & Tiberghien, 1985; Gilbert 1983; Osborne & Freyberg,

¹² Turbayne, 1962; Hesse, 1966; Black, 1979; Kuhn, 1979; Gentner, 1982; Reinders, 1991; Harrison, 1994

¹³ Gick y Holyoack, 1980, 1983; Holyoack y Koh, 1987; Clement, 1988, 1989; 1993; Reed y Bolstad, 1991; Minervino y Adrover, 1993; Iding, 1993; Silkebakken, 1993; Glynn, 1994; Chen 1995.

1985; Stavy, 1990). Estos estudios descubrieron que las concepciones previas de los estudiantes generalmente eran bastante diferentes de aquellas aceptadas en ciencia, y afirman que a partir del uso de analogías es posible superar estos conceptos erróneos, es decir, pensar a las situaciones analógicas como una manera natural y espontánea de evitarlos y aprender (Stavy 1990).

Gardner, (1983); estudió potenciales humanos e investigó la descomposición de la capacidad cognitiva de los individuos que han sufrido lesión cerebral, realizando una clasificación de las capacidades cognitivas humanas e incorporó entre otras a la capacidad metafórica ó analogía, entendiéndola como una operación cognitiva de nivel superior y definida como la habilidad de cruzar diversos dominios intelectuales en el proceso de establecer conexiones iluminadoras. Los resultados obtenidos en éste sentido, se centraron en el hallazgo de evidencias sobre el desarrollo de la capacidad analógica y particularmente de dos de sus formas:

- a. La capacidad de notar similitudes a través de dominios sensoriales.
- b. Según La capacidad para hacer conexiones entre ámbitos dispares.
- c. Gardner, (1983), ésta capacidad metafórica da lugar a una forma prematura de originalidad, que puede no ser del todo consciente por parte del niño, pero que de ninguna manera es del todo incidental.

Afirma que,

" Mi propia posición es que los individuos con habilidad metafórica la

han desarrollado en uno o más dominios, como parte de su proceso central de aprendizaje, pero sienten suficiente seguridad con esta habilidad como para aplicarla en los dominios en los cuales están involucrados. En el mejor de los casos el metaforizador discernirá conexiones virtualmente en todas partes y puede censurar las que parezcan improductivas o no comunicativas. Sin embargo, existirá un lugar preferido para sus capacidades de metaforización es decir, los campos en los que tiene mayores conocimientos, y en los que su habilidad metaforizadora ha encontrado sus terrenos más fértiles (Gardner, 1983, pp. 269, 1983; Pellegrino, Glases y Sternberg 1977, 1987)

Una cuestión fundamental conecta las ideas de Gardner (1983) y de Pellegrino, Glases y Sternberg (1977, 1987)¹⁴, entienden a la capacidad metafórica como capacidad desarrollable y parte de un proceso general de aprendizaje.

Tal afirmación coincide también, con la idea central de este estudio, es decir, que las analogías son entrenables a los fines de hacer sistemático su uso en determinada área. A partir de enseñar a generar analogías en determinadas situaciones se podría acelerar ese desarrollo que postula Gardner y también generalizar su uso en otras

¹⁴ Los procesos cognitivos o mentales requeridos para generar analogías entre dominios diversos se pueden agrupar en tres clases (Pellegrino & Glases, 1982; Sternberg, 1977, 1987) La primera clase o momento consiste en el *descubrimiento de atributos o procesos de codificación*, es decir, los atributos importantes de cada término individual tienen que ser representados en la memoria. La segunda clase o segundo momento, lo constituye los *procesos de evaluación*, éstos son los que determinan si la solución por analogía es apropiada o no lo es. En las analogías sencillas la evaluación consiste en un proceso de confirmación por comparación de rasgos. La evaluación de las alternativas puede producir más de una respuesta aceptable entonces se requiere de la utilización de *procesos de*

áreas, dominios ó campos. Estimular y sistematizar su uso en los campos en los que el sujeto tiene mayores conocimientos haría posible que se generalice su aplicación hacía otros campos en los que el sujeto posee ó cree poseer menores conocimientos. Coincidimos con Gardner en que una analogía es producto de un proceso general de desarrollo del pensamiento (propiedad natural del pensamiento) pero consideramos que tal desarrollo se podría favorecer, es decir, estimularlo a partir del entrenamiento específico de tal habilidad. Algunos autores (Colle y Means, 1987) aceptan que por entrenamiento específico se sistematiza y estimula la producción de analogías, a los fines que dicha estrategia sea aplicada en áreas en las que el sujeto cree tener menor conocimiento. Se considera que el sujeto produce espontáneamente más analogías en los dominios en los que más conocimiento tiene o que emplea más habitualmente (Clement, 1988). Desde distintas corrientes epistemológicas se ha discutido e investigado el razonamiento analógico; en ciencia, Dreistadt, (1968); Getner, (1982); Hesse, (1961); Nagel, (1961) afirman que la analogía juega un rol importante dentro de la creación de nuevas hipótesis. En algunos casos éstas hipótesis pueden resultar en modelos análogos establecidos, como el de "la bola de billar" para los gases o "el multialmacén" para la memoria.

Principalmente en la última década se observa un renovado interés

en el estudio psicológico de la resolución de problemas analógicos. Algunos investigadores abocados a la temática, y en la resolución de problemas, demostraron que resolver un problema inicial puede influir en la solución de otro problema o análogo, como resultado de aprovechar las correspondencias sistemáticas entre dichos problemas

¹⁵ Según de Vega (1984), los problemas que estimulan para su resolución la producción de una analogía son clasificados como *problemas de inducción de estructuras*. Son aquellos en que los sujetos para alcanzar la solución deben descubrir analogías estructurales (no de contenido), entre elementos pertenecientes a dominios distintos.

Generalmente se asume que el proceso básico en la resolución de éstos problemas es la comprensión de relaciones de similitud (Greeno, 1978; Rumhart, 1873; Gick y Holyoak, 1983; Spellman y Holyoak, 1996; Clement, 1985,1993; Mason, 1994; Novick, 1995; Schwartz y Black, 1996)

Los problemas analógicos mas simples son los de analogías verbales, estos se ajustan al formato $A:B :: C:D$, los dos primeros términos (AyB) mantienen una relación explícita en el problema, y el sujeto debe descubrir un término incógnito (D) que mantiene una relación con C, análoga a la primera relación. Por ejemplo, león es a cebra como gato es a (ratón). La solución al problema consiste en

¹⁵ Novick & Holyoak, 1991 Keane, 1997; Mason, 1994; Duit, 1991; Harrison & Treagust, 1987, 1994; Thagard, 1992; Newby, Ertmer & Stepich, 1995; Robins & Mayer, 1993; Clement, 1981, 1989, 1993)

Novick & Holyoak, 1991 Keane, 1997; Mason, 1994; Duit, 1991; Harrison & Treagust, 1987, 1994; Thagard, 1992; Newby, Ertmer & Stepich, 1995. Robins & Mayer, 1993; Clement, 1981, 1989, 1993)

hallar un punto cuya relación respecto a C, sea análoga a la relación entre A y C. Como vemos los problemas de analogía verbal serían excesivamente simples si los comparamos con otras formas más sofisticadas de transferencia analógica, como la usada por Gick y Holyoak (1945) que seleccionan un problema difícil y mal estructurado como el *problema de las radiaciones de Duncker* (1945), cuya formulación es la siguiente:

"Suponga que es usted un doctor con un paciente que tiene un tumor maligno en su estómago. Es imposible operar al paciente, pero a menos que el tumor sea destruido el paciente morirá. Hay un tipo de rayos que pueden emplearse para destruir el tumor. Si los rayos alcanzan el tumor todos a la vez con una intensidad suficientemente alta, el tumor será destruido. Desgraciadamente, con tal intensidad también son destruidos los tejidos sanos que los rayos deben atravesar para alcanzar el tumor. Con intensidades más bajas los rayos son inofensivos para los tejidos sanos pero tampoco afectarán el tumor. ¿Qué tipo de procedimiento deberá usarse para destruir el tumor con los rayos, evitando al mismo tiempo la destrucción del tejido sano? (Dunker, 1945. En de Vega. 1984)

Muy pocos sujetos solucionaron el problema por sí solos. Concretamente deben dirigirse varios haces de baja intensidad de radiación, desde orientaciones diferentes, que converjan en el tumor. Este recibirá así la intensidad máxima, pero sin destruir los tejidos sanos. Gick y Holyoak, (1980), antes de plantear el problema de las

radiaciones ofrecieron a los sujetos un texto alternativo que describía un problema de táctica militar y ofrecía varias soluciones. El texto, a grandes rasgos, habla de un dictador que habita una fortaleza bien protegida en medio del campo, (de la que parten varias carreteras radiales. Un general decide atacar la fortaleza para liberar el país de la tiranía. Para lograr el éxito que requiere una intervención masiva de todas sus tropas al mismo tiempo. Pero hay una dificultad, todas las carreteras de acceso están minadas, de modo que sólo pueden pasar pequeños grupos de personas; en caso de invasión masiva las minas estallarían. La solución más relevante ofrecida es la siguiente: el general atacante divide a sus tropas en pequeños grupos y los distribuye en las carreteras; cuando da la señal, los pelotones avanzan separados y superan con éxito las barreras de las minas. Todos se reúnen al pie de la fortaleza, a la que atacan de manera ofensiva y con máxima potencia y eficacia.

El problema médico y el militar pertenecen a dominios distintos pero la solución de ámbos conserva un paralelismo estructural, en los dos se trata de distribuir radialmente una fuerza potencial, haciéndola converger sobre un objetivo. En este la intensidad está por debajo de cierto umbral de peligro. Gick y Holyoak, descubren una gran facilitación pese a la escasa similitud de contenidos de ambos problemas. Prácticamente todos los sujetos resolvieron el problema de las radiaciones, cuando se les entregó el texto militar indicándoles su relevancia.

También dentro del marco de la resolución de problemas, Black y Salomon (1987) investigaron en estudiantes, el uso de circuitos eléctricos. Buscaron que las analogías presentadas ayudaran a la lectura del tema, e interpretaron los resultados desde una visión constructivista; demostrando que las analogías fueron útiles porque permitieron la construcción de conocimientos a fuerza de asimilarlos y acomodarlos al esqueleto o armazón de la analogía.

Shapiro (1983), interpretó el éxito en el uso de analogías en sus estudios, considerando que ayudan a modificar la existente estructura cognitiva. En el mismo sentido, Getner y Getner (1983), mostraron que ayudan a la resolución de problemas en el área de circuitos eléctricos ejerciendo considerable influencia en los procesos de resolución de problemas demostrando también que tienen una influencia significativa en los procesos de aprendizaje.

Una vasta cantidad de estudios de resolución de problemas por analogía, se apoyan en la teoría de los esquemas ¹⁶. Consideran que las operaciones cognitivas que involucra una analogía se concentran en tres procesos básicos: recuperación, mapeo y adaptación. Consideran que mientras los sujetos leen el problema a resolver lo decodifican en términos de las características compartidas con otros problemas resueltos con anterioridad. Según Holyoak (1990), el hallazgo de las características compartidas por ámbos problemas proporcionan

indicios de *recuperación* en la memoria que quizá le permitan acceder a información útil para la resolución. Para investigar este proceso de *recuperación* los investigadores generalmente usan la técnica *con ayudas/sin ayudas* (Gick & Holyoak, 1980), esta técnica consiste en darle a los sujetos una información (ayuda), que podría contribuir a resolver el problema *target*. Si el desempeño es mejor con ayuda que sin ayuda se puede afirmar que la recuperación es un componente importante de la transferencia analógica, y este es en efecto el hallazgo de varias investigaciones (Catrambone & Holyoak, 1989; Gick & Holyoak, 1980; Keane, 1988; Reed, Ernst & Benerji, 1974; Ross, 1987; Spencer & Weisberg, 1986).

Es importante explicitar los procesos cognitivos que se activan al producir analogías para resolver un problema, en este sentido, luego de recuperar un problema original potencial, el sujeto debe producir un *mapeo* entre el problema original, y el problema *target*; este paso es considerado el sello o *núcleo de una analogía*. Para ello se realiza la construcción de correspondencias ordenadas entre elementos de una analogía origen y aquellos de un *target*" (Holyoak & Tahagard, 1989 a, pp.295). En general un *mapeo* exitoso permite que el sujeto transfiera el procedimiento del problema original al *target*. Novick y Holyoak (1994) mostraron que la transferencia procedimental no es una consecuencia automática de un *mapeo* exitoso, entendiendo que

¹⁶ Gick y Holyoak, 1983; Holyoak, 1985; Holyoak, Junn y Biliman, 1984; Holyoak y Koh, 1987; Gentner 1983, 1988, 1989; Gentner y Getner, 1983; Rumelhart y Norman, 1985; Vosniadou,

también es necesario un laborioso proceso de adaptación para construir un procedimiento análogo para el *target*.

También Gick y Holyoak (1980, 1983, 1996); Keane, (1995,1997); Brown, (1993) y Novick y Holyoak, (1994) examinan minuciosamente los procesos componenciales o procesos cognitivos involucrados al resolver problemas con términos matemáticos por analogía. Los sujetos de esta experiencia fueron estudiantes universitarios y se observó que los alumnos primero estudiaron el problema (llamado problema origen) y su procedimiento de solución, lo cual proporcionó una fuente potencial para la transferencia analógica; luego recibieron uno o dos problemas *target* (análogos) para resolver. Este estudio, que constituye el antecedente más directo de nuestra investigación, proporcionó cuatro hallazgos fundamentales: primero, el *mapeo* de las características de los problemas origen y *target* pudo ser claramente distinguidos; segundo, se obtuvo evidencia de que la inducción de esquemas es una consecuencia natural de la transferencia analógica. El esquema coexiste con los problemas de los cuales éste se induce, y tanto el esquema como los problemas individuales facilitaron la posterior transferencia; tercero, para los problemas de solución múltiple la relación entre transferencia analógica y la exactitud de la solución, fue medida por el grado de presión ejercida en los problemas del test. Finalmente se logró determinar que la *pericia en matemática* fue un predictor significativo de la transferencia analógica.

Según Novick (1988a), ser capaz de predecir quién tendrá éxito en la transferencia analógica con problemas de matemática es importante para diseñar programas de enseñanza efectivos y ha demostrado que el desempeño en la sección de matemática del Test de Aptitudes Escolares (MSAT) es una medida de la pericia matemática y predice la transferencia analógica espontánea. Entiende que este efecto de la pericia matemática sobre la producción de analogías se debe al efecto que la pericia ejerce sobre la *recuperación* del problema original.

Novick (1991), también realiza un experimento en el área de la resolución de problemas de matemática por analogía y es considerado otro de los antecedentes directos de este estudio. Informó los resultados de dos experimentos y un estudio de protocolo verbal que examinan los procesos mentales comprometidos al resolver problemas con términos matemáticos por analogía; seleccionó una muestra de 75 estudiantes de UCLA quienes recibieron tres problemas análogos y los resultados demostraron la posibilidad de distinguir *mapeo* de los procesos de *adaptación* y de la transferencia analógica. Demostró que *mapeo* y *adaptación* son procedimientos separados, aunque relacionados. Aunque los mapeos conceptuales pueden ayudar a definir los mapeos numéricos, sólo estos últimos están directamente requeridos para transferir el procedimiento matemático de resolución. El aspecto más relevante de este estudio, es que el tema final concierne a la predicción de diferencias individuales en el éxito en la resolución de problemas matemáticos por analogía. Dos clases de diferencias

individuales fueron consideradas por Novick como predictores, medidas específicas de pericia matemática y medida general de capacidad de razonamiento analógico. El desempeño en el MSAT, le sirvió como medida de la pericia matemática, y el puntaje obtenido en la sección de analogías del Test de Aptitudes Diferenciales, como medida general de capacidad analógica. Los resultados fueron claros, la medida de pericia en matemática fue un predictor confiable de la transferencia analógica, pero las medidas de habilidad verbal y de capacidad general de razonamiento analógico no lo fueron. Estos resultados amplían aquellos de Novick (1988^a), al indicar que la pericia en matemática es un predictor importante de la transferencia aún cuando no se le pide a los sujetos que recuperen los problemas originales por sí mismos.

En resumen, para Novick (1991), los mejores predictores de la transferencia analógica son la pericia en matemática y el conocimiento de las correspondencias numéricas (mapeo) requeridas para una exitosa *adaptación* del procedimiento de resolución. Sus hallazgos pueden tener importantes implicancias para la enseñanza, en la medida que los diferentes tipos de adaptación podrían ser útiles para la enseñanza de la matemática, conceptualiza al proceso de adaptación como un conjunto de meta-procedimientos que potencialmente pueden ser directamente enseñados a los alumnos con el fin de mejorar la capacidad o pericia matemática.

Esta afirmación de Novick (1994) es la idea conductora del presente

estudio: se considera que entrenando a los estudiantes en estos procedimientos de resolución por analogía, podríamos mejorar su aptitud matemática. Holyoak y Ross (1984, 1985), han sugerido que la *transferencia analógica*¹⁷ exitosa lleva a la formación de un esquema para la clase de problemas representado por el original y el *target*, este esquema facilita la resolución del problema subsiguiente, con posteriores analogías (Anderson y Thompson, 1989; Gick y Holyoak, 1983, Ross, 1989b).

Clement (1985) considera que el razonamiento analógico es fundamental en el campo del aprendizaje, porque posibilita la transferencia de conocimiento aprendido a situaciones nuevas y no corrientes. A diferencia de los anteriormente mencionados entiende que el proceso cognitivo que involucra una analogía es una *asociación y transferencia directa* de información previamente almacenada en la memoria. Adhiere a la teoría de la memoria y demostró que cuatro son los procesos importantes para el uso de analogías en educación, - generar una analogía; - establecer la validez de la relación en la analogía; - comprender el caso análogo; y - aplicar los hallazgos al problema original. Explicó (1988) en que consiste cada uno de estos procesos, a saber:

1. ***Generando una analogía:*** una concepción de una situación B

¹⁷ La transferencia analógica ocurre cuando las correspondencias estructurales específicas entre los objetos, y las relaciones entre el original y el *target* son utilizadas para adaptar el procedimiento de solución (Novick, 1991)

potencialmente análoga al problema original A tiene entrada a la memoria o es construida. Una relación de analogía tentativa es establecida entre A y B.

2. *Estableciendo la confianza en la posible analogía:* la validéz de la relación entre A y B es examinada críticamente y confrmada en un nivel alto de con fianza.
3. *Comprendiendo el caso análogo:* el sujeto examina y desarrolla su comprensión del caso análogo, el comportamiento de B pasa a ser bien comprendido y por lo menos predecible.
4. *Aplicando hallazgos:* el sujeto aplica conclusiones de B en A, problema original.

Desde la perspectiva de este estudio, se entiende que los pasos de una analogía propuestos por Clement (1988), aunque aparentemente difieran de los propuestos por los representantes de la teoría de los esquemas (Holyoak, Novick,1991), no distan mucho, es decir, no se contraponen entre sí, sino que son los mismos procesos cognitivos componenciales pero explicados en distintos términos. El paso 1, generar una analogía se asemeja a la *recuperación*; el paso 3, comprendiendo el caso análogo, se equipara al *mapeo*; y la aplicación de hallazgos es consistente con la *adaptación*.

Analizando el anterior planteo, se observa que todas las investigaciones sobre el tema detalladas en este capítulo, plantean los mismos procesos cognitivos componenciales de una analogía, unque bajo distintas terminologías, se ha demostrado, (Clement,1987,

Holyoak,1989), que producir una analogías implica cuatro componentes básicos: (1) el dominio designado o *target*; (2) el dominio *fuentes*; (3) el *conector* o la naturaleza de la relación entre ambos dominios; (4) la base o *fundamento* (Getner y Getner, 1983). Por ejemplo: "el filtro de carburación de un motor de combustión es como los riñones de una persona, en el sentido que uno y otro ejercen la función de filtrar desechos, y realizan éste filtrado por selección de moléculas". En este ejemplo, el dominio target es la función y propiedades de un filtro de carburación de un motor de combustión; el dominio fuentes son las características de los riñones; el conector, es la función de los riñones y del filtro de carburación; y el fundamento es una descripción detallada de las similitudes y posibles diferencias entre ámbos. Clement (1988) documentó el uso de *analogías espontáneas*¹⁸ en la solución de problemas, investigaciones sobre las concepciones científicas indicaron que frecuentemente los estudiantes comprenden y significan un fenómeno empleando analogías en áreas que para los estudiantes son familiares. Ha estudiado el uso espontáneo de analogías de una manera sistemática e investigó cómo expertos y novatos, emplean analogías cuando resuelven problemas de física (1978,1987); los resultados mostraron que tanto unos como los otros frecuentemente usan analogías espontáneas o una lista de comparaciones y que el uso

¹⁸ Clement (1989), se refiere a una analogía espontánea cuando el sujeto a partir de una situación dada cambia voluntariamente y en forma autoiniciada, su atención a una situación o problema diferente que el cree puede tener relación con la anterior.

de analogías es una herramienta común para la comprensión de un fenómeno nuevo.

El aporte fundamental que hace Clement a partir de este estudio consiste en describir la evidencia de tres métodos de generación de analogías para la resolución de problemas, es decir que los sujetos producen analogías por distintos medios o de distintas modalidades, según su estructura cognitiva y su modalidad de pensamiento; a saber:

- a. generación por medio de un principio; generación por medio de una asociación; y generación por medio de una transformación.

Entre el mecanismo subyacente a la generación de una analogía describe un proceso de asociación; los procesos de transformación, en los cuales el sujeto modifica o transforma algún aspecto del problema original, pueden ser tan importantes como el anterior o aún más. Analizando los protocolos encontró evidencia para los tres métodos de generación, la asociación es el más directo ya que simplemente involucra la activación de un proyecto existente en la memoria. Por otra parte en la generación por un principio, el pensar en un principio le sirve al sujeto como un paso intermedio en el camino de producir un caso análogo. Los protocolos indicaron que fueron generadas más analogías por una transformación que por una asociación. Afirma que aunque el proceso de asociación es generalmente considerado como el primer paso hacia una analogía, pueden ser también los procesos de transformación importantes para el trabajo científico y como importante recurso de creatividad en la resolución de problemas.

En las investigaciones descritas en este capítulo sobre la temática, reflejan algunas discrepancias teóricas se considera que comparten ciertas similitudes en relación a la naturaleza y alcances de una analogía en resolución de problemas, a saber:

- a. A toda analogía subyace un mecanismo cognitivo de transferencia de información. Para Clement (1988), se trata de una transferencia directa, en cambio para Novick (1991) es una transferencia mas compleja que demanda recuperación, mapeo y adaptación de información.
- b. La enseñanza con analogías posibilita la transferencia de conocimiento aprendido a situaciones nuevas y no corrientes.
- c. La mayoría de las soluciones por analogía no son soluciones instantáneas, son frecuentemente generadas tentativamente y pueden llevar mucho tiempo.
- d. La producción de analogías como estrategia de resolución de problemas produce en el estudiante una mejora en la comprensión de la temática, es por ello que los investigadores citados afirman sus implicancias educacionales, es decir, la directa relevancia educacional.

II.2. Analogías como estrategia de enseñanza-aprendizaje

El uso de analogías como herramienta de enseñanza trae aparejadas, al menos dos cuestiones relevantes. Por un lado, la relación con la habilidad para el aprendizaje y, por otro la condición de

accesibilidad de una analogía. En relación a la accesibilidad, es evidente que los estudiantes deben estar familiarizados con el dominio análogo para que el razonamiento analógico sea exitoso; generalmente ejerce importante influencia en los estudiantes, sus representaciones previas de la temática o el área sobre la que el docente y el libro de texto asumen como familiar. Sin embargo, no se puede dudar de que la familiaridad con el caso análogo es un prerequisite necesario e indispensable, pero no suficiente. Por ejemplo, Gabel y Samuel (1986), demostraron que la familiaridad era suficiente para que los estudiantes descubrieran la conexión entre análogo y *target* en problemas de química. Getner (1985), encontró en estudios de analogías entre agua y circuitos eléctricos, que el incremento de familiaridad con el dominio base, no era suficiente para asegurar el descubrimiento de la analogía potencialmente útil. Generalmente el incremento de familiaridad mejora la utilidad de la analogía, facilitando la accesibilidad y aumentando su potencia inferencial, la cual es gobernada por similitudes profundas de orden estructural, y no por similitudes literales o superficiales (Duit, 1991).

Compartimos la opinión de Holyoak y Koh (1987), quienes investigaron la influencia de similitudes estructurales y superficiales sobre la accesibilidad de una analogía, encontrando que, ambas similitudes, superficiales y estructurales, ejercen influencia sobre la accesibilidad. No concluyeron en que sólo las similitudes superficiales gobiernan el acceso.

Con respecto a la relevancia de la relación entre el uso de analogías y la habilidad para el aprendizaje, afirma Sternberger (1977) que el razonamiento analógico está en correlación con la inteligencia general del sujeto. Sin embargo, Enyeart (1979), no encontró correlación significativa entre el uso de analogías y los estadios piagetianos, y sólo pudo determinar una correlación significativa entre el uso de analogías y las operaciones formales del pensamiento.

El uso de analogías como herramienta de enseñanza eficaz para aumentar la comprensión del estudiante, es un tema que ha sido investigado, y es en este punto donde las investigaciones se dividen avalando o refutando. Por caso, Radfor (1989), determinó un aumento significativo del logro en Biología a partir del entrenamiento en el uso de analogías verbales. Vosniadou & Ortony (1983) determinaron que los estudiantes que recibieron analogías verbales recaudaron más información verdadera de un artículo científico que los estudiantes a los que les no fueron dadas analogías. Issing (1990) llegó a una conclusión similar pero con materiales de Física. Reed (1987) encontró que los sujetos de la experiencia eran capaces de resolver problemas verbales de álgebra cuando se les daba antes un problema práctico análogo. El estudio de Novick y Holyoak, (1991), logró resultados similares a los obtenidos por Reed (1987), examinaron la pericia en matemática y la capacidad de razonamiento analógico como predictores de la resolución de problemas, aunque difirió en el tipo de problemas a resolver, Reed dió a los sujeto problemas algebraicos, mientras que

Novick y Holyoak utilizaron problemas de aritmética. Otros estudios no han descubierto mejoras en el aprendizaje usando como herramienta de enseñanza el uso de analogías, no detectaron mejoras en la comprensión ni aumento del logro o desempeño; por ejemplo los estudios de Drugge & Kass (1978) y Label & Sherwood (1980).

Desde la perspectiva de este estudio, coincidimos con Novick y Holyoak (1991), considerando que el uso de analogías produce una mejora en la comprensión del problema a resolver y esta mejora se podría deber a que se trataría de una *estrategia de elaboración cognitiva* (Pozo, 1990), a través de la cual el estudiante le atribuye a la nueva información un significado interno y personal, propio de su estructura cognitiva. De esta manera ese contenido a aprender se convierte en algo significativo para ese sujeto y es el producto de la interacción de un material o información nuevo y la estructura cognitiva preexistente (Ausubel, 1968). En este sentido, la estrategia analógica es útil a los fines de concretizar un problema matemático abstracto, permitiendo al estudiante representárselo en términos que le resulten familiares, facilitando su comprensión y posiblemente mejorando el rendimiento.

Los resultados de algunas investigaciones permiten afirmar que el uso de analogías como estrategia de enseñanza-aprendizaje puede aumentar y mejorar la comprensión de los estudiantes en algunas disciplinas, por ejemplo, en biología, Radior (1990); en aprendizaje de conceptos, Ortony (1983); en física, Issing (1990); en resolución de

problemas verbales de álgebra, Reed (1987); en aritmética, Novik & Holyoak (1990).

Algunos factores propios de la enseñanza, pueden actuar sobre el grado de eficacia de una analogía a la hora de usarlas como estrategia en el aula; por ejemplo, que el estudiante comprenda la analogía usada para enseñar la nueva información o temática (función pragmática), puesto que si el estudiante no comprende la analogía menos aún va a entender aquello que le queremos enseñar; otro factor importante es la tendencia de los alumnos a generalizar en exceso o crear conceptos erróneos. Esto ocurre cuando los atributos o características que se transfieren de la fuente al *target* no son pertinentes. Finalmente, otro factor a controlar es la cuestión del tiempo, puesto que las analogías son eficaces para aumentar la comprensión de los estudiantes sólo bajo condición de tiempo ilimitado, es decir, sin pautar tiempo máximo de resolución (Simon 1982, 1984).

Resumiendo, las variables instruccionales que pueden influir en el grado de eficacia de una analogía son:

- a. El nivel de comprensión de la analogía por los estudiantes.
- b. El tiempo disponible para entender y aplicarla.
- c. El uso de señales, sugerencias o ayudas que indiquen la relación entre la nueva información y la analogía creada.

La aplicación de esta herramienta de enseñanza estaría directamente ligada a la creatividad del maestro, según Solar (1992) para enseñar a través de analogías hay que pedir a los alumnos que las generen y

discutan por su cuenta y ello puede hacerse preguntándoles que objetos o situaciones conocen que sea como aquello que se está estudiando o explicando, en qué aspectos es similar y cuáles difiere. Además estudiar el nuevo tema en función de un tema ya conocido, reforzaría lo aprendido anteriormente.

Las analogías para presentar un tema generalmente son expuestas y creadas por el profesor pero es muy útil a los fines de asegurar la comprensión de la temática por parte del estudiante, incitar a que ellos mismos generen sus propias situaciones analógicas a la temática en cuestión. De esta manera se puede averiguar aquello que a los estudiantes les interesa, tener un modelo de los estudiantes y conocer sus representaciones previas.

Aún cuando el maestro intente acostumbrar a los estudiantes a producir analogías con materias o temas familiares para ellos, pueden producirse fracasos. Esto es porque el conocimiento de los estudiantes no se organiza a la manera que el maestro piensa que es. En este sentido, la enseñanza por analogías requiere conocer cómo los alumnos piensan (modelo de estudiante), sus preocupaciones y temas de interés.

Los estudiantes deben entender cómo el procedimiento de resolución de un problema se relaciona con otras situaciones o procedimientos de resolución aprendidos con anterioridad y no memorizar respuestas para computos rápidos. Según Brownell (1935), si se quiere tener éxito en el pensamiento cuantitativo se necesita un

fondo de significados y no una miríada de respuestas automáticas.

Para Charnay (1993), uno de los objetivos centrales y al mismo tiempo una de las principales dificultades de la enseñanza de la matemática es, precisamente, tratar que lo que se enseñe esté cargado de significado, tenga sentido para el alumno. Entiende que la construcción de la significación de un conocimiento debe ser considerada en dos niveles, un *nivel externo*, en cuanto campo de utilización de ese conocimiento; y un *nivel interno*, cómo y por qué funciona tal herramienta.

La cuestión esencial de la enseñanza de la matemática es entonces, ¿Cómo hacer para que los conocimientos enseñados tengan sentido para el alumno? Se considera fundamental en este sentido, como indicador de comprensión del conocimiento, que el alumno sea capaz no de repetir y rehacer un contenido sino de transferir sus conocimientos a otras situaciones o a otros problemas nuevos (analogía).

La analogía como estrategia de instrucción encuadraría con el modelo de aprendizaje propuesto por Charnay (1993) como "*modelo aproximativo*", centrado en la construcción del saber por el alumno. Propone partir de las ideas previas existentes en los alumnos para ponerlas a prueba, mejorarlas, modificarlas y/o proponer nuevas. En este sentido coincide con la idea de aprendizaje ausubeliana según la cual para que un aprendizaje sea efectivo y permanezca en el tiempo, el sujeto debe relacionar la información nueva con lo almacenado en su

estructura cognitiva, descubriendo y creando nuevas relaciones entre distintas temáticas. De esta manera ese contenido a aprender se convierte en algo significativo para ese sujeto (Ausubel, 1968). Como se mencionó anteriormente, apoyamos la hipótesis de Ausubel, según la cual puede aprehenderse y retenerse mucho más, si el alumno asimila sólo lo sustancial de las ideas y genera asociaciones de información, personales, y no arbitrarias. En este sentido, la estrategia analógica es útil a los fines de concretizar un problema matemático abstracto, permitiendo al estudiante representárselo en términos que le resulten familiares, facilitando su comprensión y posiblemente mejorando el rendimiento.

Desde el punto de vista pedagógico, en la actualidad está cambiando la vieja concepción según la cual es suficiente saber matemática para saber enseñarla, poniendo el acento en el rol de la actividad del alumno, e intentando una pedagogía de la acción y el descubrimiento. En el marco de esta situación el presente estudio es un intento de dar respuesta a esta nueva manera de concebir la enseñanza de la matemática y a tal fin evaluar los efectos de las analogías, como herramienta de enseñanza, sobre el desempeño del alumno en matemática, y su nivel de efectividad.

A continuación se presentan los aspectos metodológicos de este estudio, el tipo de investigación empírica que sigue aspira a incluirse en la tradición fáctica sobre este tópico, y podría estimárselo como un comienzo en nuestro contexto académico, al menos entre los

graduados en psicología.

CAPITULO III.

ASPECTOS METODOLOGICOS.

III.1. Tipo de diseño.

Se trata de un diseño experimental con una variable independiente, que se estima tiene un efecto sobre la variable dependiente. El objetivo consiste en determinar si el entrenamiento en producción de analogías (variable independiente) produce algún efecto en el rendimiento ó aptitud Matemática (variable dependiente). Para tal fin se tomó la totalidad de los alumnos de tercer año de Ingeniería que cursan la materia Análisis Numérico, a los que se les administró una prueba de aptitud matemática (prueba de aptitud matemática I -P.A.M.1-), con la finalidad de determinar su rendimiento o aptitud. Luego se les asignó aleatoriamente la condición de sujetos del experimento y sujetos de control. A los sujetos del experimento se les sometió a un programa de entrenamiento en analogías (manipulación de la variable independiente). Al grupo control no se les aplicó ninguna intervención.

Una vez finalizado el entrenamiento se le administró a la totalidad de los sujetos una prueba de aptitud matemática, (prueba de aptitud matemática II -P.A.M.2-), equivalente en nivel de dificultad y contenidos, a la prueba de aptitud matemática I. El desempeño o aptitud matemática se determina a partir del diferencial entre el puntaje obtenido por cada sujeto en la P.A.M.1 (prueba de aptitud matemática I), tomada inicialmente y el puntaje obtenido en la prueba tomada a posteriori del

entrenamiento, P.A.M.2 o prueba de aptitud matemática II. Este diferencial de aprendizaje indica en cuánto el estudiante modificó su rendimiento.

La efectividad de la intervención (variable independiente) y por ende de la analogía como estrategia de enseñanza-aprendizaje entrenable se evalúa al notar las diferencias, si las hay, en las puntuaciones en medición dependiente (prueba de aptitud matemática). Podemos apreciar que en este estudio hay sólo dos condiciones, hay una variable dependiente, rendimiento o aptitud en matemática, que se traduce en un puntaje, y dos niveles de la variable independiente, entrenamiento y no-entrenamiento.

III. 2. Instrumentos y procedimientos.

III.2.1 Plan de entrenamiento.

Entendemos por plan de entrenamiento, el planteamiento de la actividad de capacitación en un tema o dominio específico basada en la ejercitación-acción, en este sentido, este plan no constituye una yuxtaposición de elementos sino una combinación de los mismos que sólo tienen sentido en su referencia al conjunto. Manejamos la concepción de plan de entrenamiento como un sistema que debe atender tanto a la coherencia interna, relación de los momentos o instancias (módulos) del entrenamiento entre sí, como a la coherencia externa, es decir, relación del plan con los objetivos a los que responde (Gore & Mazzini 1994).

Entendemos por entrenabilidad la capacidad basada en el proceso de enseñanza-aprendizaje que involucra la ejercitación-acción, considerando la interacción entre el sujeto a entrenar, el objeto de entrenamiento y el agente facilitador o sujeto que entrena, para potenciar el rendimiento o aptitud matemática.

III.2.2 Fundamento del plan de entrenamiento

Para Ausubel (1983) el entrenamiento de destrezas para solucionar problemas tiene una larga y confusa historia tanto en la psicología como en la educación. Esa conclusión procede de que no se han especificado con claridad las diferentes fuentes de variación de la capacidad de solucionar problemas ni tampoco se ha determinado su susceptibilidad relativa al adiestramiento. En este aspecto, es igualmente importante la tendencia a extrapolar resultados de estudios de laboratorio, fragmentarios y de corto plazo, a cambio de estudios a largo plazo de la capacidad de solucionar problemas, tanto en ambientes académicos como de la vida cotidiana. En su mayoría, los investigadores han tendido igualmente a pasar por alto el problema de la generalidad de los efectos del entrenamiento.

Quizá el enfoque de entrenamiento o adiestramiento mas difundido en resolución de problemas consista en enseñarle al alumno varios principios generales que han surgido del análisis teórico del proceso de pensamiento, así como de observaciones comparativas de solucionadores de problemas, con éxito y sin él. Entre tales

indicaciones generales Ausubel incluye las siguientes:

- 1. Formular y delimitar el problema antes de tratar de resolverlo.**
- 2. Evitar la concentración de la atención en un sólo aspecto del problema**
- 3. Ir más allá de lo obvio.**
- 4. Percatarse de la posibilidad de que ocurra transferencia de conocimientos, (analogía).**
- 5. Abandonar las guías infructuosas y explorar otras posibilidades.**
- 6. Poner en duda la confiabilidad y representatividad de los datos.**
- 7. Hacer explícitas las suposiciones de cualquier conjunto de premisas.**
- 8. Distinguir con claridad entre datos e inferencias.**
- 9. Emplear la información proveniente de las hipótesis descartadas.**
- 10. Aceptar con prudencia las conclusiones que concuerden mejor con las propias opiniones.**

Este enfoque ha tenido algunos éxitos (Bloom y Broder, 1950; Maier, 1930); sin embargo, se considera que tal enseñanza, aunque aplicable a casi todos los problemas, es de naturaleza tan general que su utilidad o aplicación en cualquier problema determinado será limitada.

Ausubel (1968) afirma que los aspectos de la resolución de problemas que son más específicos para una disciplina dada, (en nuestro estudio matemática), influyen indudablemente en los resultados de tal actividad de un modo más relevante que aquellas indicaciones concernientes a la resolución de problemas en general. Los programas

de entrenamiento de largo plazo, destinados a desarrollar o mejorar las clases específicas de capacidad de pensamiento (por ejemplo analogías), con técnicas de enseñanza programada, ha producido la adquisición, retención y transferencia de destrezas para solucionar problemas, bastante complejas (Anderson, 1965). Asimismo, el adiestramiento en el empleo de soluciones opcionales ha demostrado mejorar la transferencia positiva en la resolución de problemas (Ackerman y Levin, 1958; Riopelle, 1953; Schroeder y Rotter, 1952). Naturalmente, en todos esos estudios la generalidad del efecto de transferencia fue mínima. Los resultados, pese a ser significativos, pueden considerarse sospechosos al reconocer que la evaluación de la capacidad de resolver problemas puede producir diferencias importantes de una prueba a la siguiente, aún sin la intervención de la enseñanza (Lawson, Nordland y DeVito, 1974).

Entre los programas de entrenamiento más ambiciosos, tendientes al mejoramiento generalizado del pensamiento están, entre otros, el Programa de Suchman de Adiestramiento en Investigación, la técnica de discusión grupal de Abercrombie, las técnicas de "confusión" (Pannes y Meadow, 1959) y la técnica de Crutchfield (1966), consistente en el suministro de entrenamiento y retroalimentación sistemáticas y de largo plazo en ejercicios destinados a mejorar el pensamiento productivo.

Las principales fuentes de variación de la capacidad de resolver problemas para Ausubel (1983), son: a) conocimiento de la materia y la

familiaridad con la lógica distintiva de una disciplina; b) determinantes cognitivos como la sensibilidad al problema, la originalidad y la curiosidad intelectual; c) el estilo cognoscitivo; d) el conocimiento general sobre la resolución eficaz del problema; e) el dominio de estrategias especiales de resolución de problemas dentro de las disciplinas particulares, entre las que consideramos y postulamos a la producción de analogías.

Se desprende de la teoría de Ausubel una asociación conceptual entre los conceptos práctica (ejercitación-acción) y entrenamiento. En su teoría se usan estos conceptos como sinónimos. Afirma la importancia de la práctica y los ejercicios para el aprendizaje de una disciplina particular y la retención significativas ha sido subestimada sin justificación alguna. El aprendizaje significativo se refiere a la adquisición de significado y a los cambios de organización permanentes de la estructura cognoscitiva que acompañan a este proceso, en la medida que el alumno responde a las presentaciones inicial y sucesivas de la tarea de aprendizaje. Según Ausubel (1968), la retención a largo plazo presupone presentaciones o ensayos múltiples (práctica - entrenamiento)

"Ordinariamente, aprendizaje y retención quieren decir práctica. Esta, además, es siempre específica (restringida a la tarea de aprendizaje) y deliberada (intencional). Ausubel, Novak y Hanesian. 1983.

Como se sugirió, los efectos de la práctica reflejarían la influencia de la estructura cognoscitiva existente al tiempo que la modifican. Así,

el efecto cognoscitivo de la presentación inicial del material de aprendizaje nuevo y potencialmente significativo está determinado principalmente por los atributos de organización de las ideas establecidas en la estructura cognoscitiva, con los cuales se relaciona la tarea de aprendizaje; y al establecerse en la estructura cognoscitiva estos nuevos significados, tal presentación influirá a su vez, tanto en la respuesta del alumno en ensayos subsiguientes de la misma tarea de aprendizaje, como en la forma en que aprenda nuevos materiales relacionados.

En resumen, según Ausubel, la práctica afecta el aprendizaje y la retención, modificando la estructura cognoscitiva, e influye sobre ella por lo menos de cuatro maneras diferentes:

1. Aumenta la fuerza de dissociabilidad de los significados recién aprendidos en un ensayo dado y con ello facilita la retención de estos.
2. Mejora la responsividad del alumno en presentaciones subsiguientes del mismo material.
3. Capacita al alumno para aprovechar el olvido entre ensayos.
4. Facilita el aprendizaje y la retención de tareas de aprendizaje nuevas y relacionadas.

Considera que los efectos de presentaciones repetidas de la misma tarea de aprendizaje (entrenamiento), el tipo y la distribución de los ensayos de práctica, y el conocimiento que el alumno tenga del efecto de la práctica, influyen notoriamente en el aprendizaje y la retención significativos. El número, la distribución, la secuencia, y la

organización de los ensayos de práctica (jornadas de entrenamiento) son fundamentales en este sentido.

La distribución de la práctica ha sido desde hace mucho, asunto favorito de trabajos teóricos y de investigación en el campo de la psicología del aprendizaje. De hecho, en términos generales, los testimonios favorecen la conclusión de que la práctica distribuida es más eficaz que la práctica masiva para el aprendizaje y la retención; sin embargo, la eficacia relativa de la práctica distribuida depende de factores como la edad y la capacidad del alumno, lo mismo que de la naturaleza, cantidad y dificultad de la tarea de aprendizaje. Ausubel (1983) afirma que la distribución de la práctica facilita el aprendizaje significativo.

III.2.3. Plan de entrenamiento en producción de analogías.

Se trata en este caso de un diseño global orientado a provocar en el alumno una mejora en el rendimiento o aptitud matemática. El objetivo de este plan de entrenamiento es capacitar al alumno y estimularlo en la producción de analogías, asegurándonos que en cada episodio o módulo del entrenamiento el alumno genere analogías. Con tal fin se emplearon como base materiales que ya han sido validados como pruebas de producción analógica, entre otras, Test de Relaciones Semánticas (Mayor, 1994); Analogías de la sección verbal del Test de Aptitudes Diferenciales (Bennett, Seashore y Wesman, 1982); Resolución de problemas matemáticos por analogía (Novick y Holyoak,

1991); Analogías, resolución creativa de problemas (De Bono, 1970)

De acuerdo con la tipología propuesta por Gore y Mazzini (1994), se trata de un programa centrado en las destrezas (saber hacer), centrado en el desarrollo de una destreza específica para una función también específica, en nuestro caso la destreza específica es la producción de analogías y la función específica la mejora del rendimiento o aptitud matemática.

En cuanto a la estructura del plan, los elementos que lo componen son, objetivos, actividades, tiempo. El rol del entrenador se limita a describir, releer y explicar la consigna tantas veces como sea necesario. Se estima que la duración del programa será de 12 horas aproximadamente, distribuidas en seis jornadas de dos horas, con frecuencia semanal. La modalidad de trabajo de cada jornada del plan será individual. En cada jornada se distribuyó a los sujetos como recurso auxiliar un cuadernillo o módulo impreso en el que se presentó una serie específica de problemas y situaciones problemas a resolver exclusivamente por aplicación y creación de analogías. En cada módulo se describe la actividad a desarrollar, los objetivos de esa jornada de entrenamiento, el tiempo que dispone para resolver los problemas y una descripción clara de la consigna y como implementarla. Las pautas de evaluación están en relación al grado de adecuación o discrepancia entre los objetivos del programa y los resultados obtenidos en esa jornada.

A continuación, se presenta un detalle de cada jornada de

entrenamiento:

Primer módulo: Se trata de una jornada explicativa del plan en general, se informó al grupo de participantes las características, alcances, e implicancias del entrenamiento y fundamentalmente se aclaró su rol y responsabilidad como miembros activos de la experiencia.

Segundo Módulo: (Consultar anexo I). Dedicada a la producción de analogías verbales. Se empleó la prueba de Relaciones Semánticas (Mayor 1994), esta prueba ha sido evaluada y validada como prueba de producción analógica en la Universidad Complutense de Madrid.

Esta actividad se concentra en la capacidad que tienen los alumnos para establecer relaciones (analogías) entre, pares de palabras (analogías verbales). Consta de 60 preguntas, en cada una de ellas presenta cuatro pares de palabras; la tarea de los estudiantes consistió en decidir cual de los tres pares de palabras que se presentan en el lado derecho de la hoja representa mejor la relación existente entre las palabras que componen el primer par, y marcar en su hoja de respuesta, aquella que considere como la mejor alternativa (A, B, o C).

Por ejemplo, podría encontrarse con:

	A	B	C
Grande	chaqueta	fertilidad	estación
chico	abrigo	esterilidad	otoño

La respuesta apropiada es la B: fertilidad-esterilidad, porque la relación que hay entre estas dos palabras es la mas parecida a la relación que hay entre grande-chico. A continuación se presentamos otro ejemplo:

	A	B	C
Ciencia	líquido	taza	similitud
Biología	limonada	asa	diferencia

Aquí la respuesta es A: líquido-limonada, porque la relación que hay entre estas palabras es la más parecida a la que existe entre ciencia y biología.

El tercer Módulo (Consultar anexoll), está dedicado a la producción de analogías verbales; en esta oportunidad se les administró la sección analogías de la parte de habilidad verbal del Test de Aptitudes Diferenciales (Bennett, Seashone y Wesman, 1982).

En esta tarea en particular, se presentó a los alumnos 50 oraciones incompletas (numeradas de 1 al 50). A cada una de ellas le falta la primera y la última palabra, figurando en esos espacios vacíos, líneas de puntos. En cada caso el alumno debe elegir las dos palabras que completarían las oraciones de tal manera que resulten válidas y coherentes. Para completar esas oraciones se les ofreció debajo de la frase incompleta cinco parejas de palabras (identificadas como A-B-C-D y E). Entre ellas debe seleccionar aquella pareja de palabras que considere apropiada. Sólo una pareja de palabras para cada frase y marcarla con un círculo en el cuadernillo.

Se presenta un ejemplo como orientación:

..... es a agua como comer es a

- A. continuar-----empujar
- B. pie-----enemigo
- C. beber-----alimento
- D. muchacha-----industria
- E. beber-----enemigo

La frase correcta completa es: Beber es a agua como comer es a alimento.

El cuarto módulo (Consultar anexolll), está dedicado a la producción de analogías en la resolución de problemas matemáticos. En este módulo la tarea está dedicada a la producción de relaciones (analogías) entre problemas de matemática. Consta de tres problemas simples que se debe resolver. Se emplearon los problemas aplicados por Novick & Holyoak (Universidad de Vanderbilt y Universidad de California respectivamente) en su investigación sobre analogías en matemática publicada en el Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory and Cognition, 1991, Vol. 17, N 3, 398-415.

El quinto módulo (consultar anexo IV), está dedicado a la producción de analogías en la resolución creativa de problemas, los estudiantes deben aplicar su capacidad de producir respuestas originales tendientes a vincular y asociar el procedimiento de resolución de dos problemas completamente disímiles, descubriendo y estableciendo semejanzas y diferencias entre ámbos procedimientos de

resolución. En esta actividad en particular, el estudiante debe usar su creatividad e imaginación para relacionar una situación problemática de la vida diaria, con una situación problema que seleccionó de una lista propuesta en el módulo. Para realizar la tarea el estudiante se debió guiar con una serie de preguntas que son propuestas en el módulo.

El sexto módulo: tiene por fin e cierre y evaluación del plan de entrenamiento de manera grupal y colectiva esclareciendo dudas y cuestiones planteadas por los mismos estudiantes y a que ellos creen deliberadamente una situación analógica, del ámbito o disciplina que ellos deseen. Se les solicitó que describan cada situación y confeccionen una lista de los atributos analógicos. Se les presentó como modelo ejemplificador el usado por Mason (Universidad de Padova, Italia), en su trabajo sobre los aspectos cognitivos y metacognitivos del cambio conceptual por analogía, publicado en *Instructional Science*, 1994, Vol. 22, 157-187}}

III.3. Prueba de Aptitud Matemática (P.A.M.)

Se empleó el G.R.E. ó Test General Descriptivo (1996-97), es una prueba estandarizada que se usa como requisito de admisión a la Universidad de Vanderbilt y que mide pericia o aptitud matemática. El G.R.E. consta de dos secciones habilidad verbal y habilidad matemática; esta última se discrimina en habilidad cuantitativa (aritmética, álgebra, geometría, análisis numérico, comparación

cuantitativa) y habilidad analítica (razonamiento analítico y razonamiento lógico.)

Dados los fines de este estudio se administró exclusivamente la sección matemática del G.R.E. que se dividió en dos secciones o prueba de aptitud matemática I (P.A.M.I) y prueba de aptitud matemática II (P.A.M.II) (consultar anexo). Dichas pruebas son equivalentes en cuanto grado de dificultad y contenidos,

“El pool de problemas tanto de habilidad cuantitativa como de habilidad analítica son exactamente equivalentes en cuanto contenido y grado de dificultad.” (1996-97 General Test Descriptive Administrator’s Booklet. Educational Testing Service. pp.3-4)

Cada una de ellas consta de 12 items o problemas, seis de habilidad cuantitativa y seis de habilidad analítica. A cada problema se lo calificó con 1 punto o con 0, según fuera o no correctamente resuelto por el estudiante. Uno de los problemas consta de 5 items y se puntuó cada uno de ellos individualmente. Por lo tanto se oscila entre un puntaje mínimo de 0 y un puntaje máximo de 16.

La aptitud matemática se traduce en un puntaje o diferencial de aprendizaje obtenido en una prueba de contenido matemático, que se administró a todos los estudiantes al comenzar el experimento (P.A.M.I) y al finalizar, luego de que el grupo experimental complete el entrenamiento (P.A.M.II)

Utilizar cada puntaje individualmente no refleja lo que el sujeto aprendió a partir de la intervención (entrenamiento), por tal motivo se

utiliza para el análisis estadístico de los datos el diferencial de aprendizaje, que se obtiene, como se mencionó anteriormente, restando al puntaje obtenido por cada sujeto en la prueba de aptitud 2 el puntaje obtenido en la prueba de aptitud 1, el puntaje resultante nos estaría indicando en cuanto modificó su aptitud matemática. Por ejemplo; un sujeto obtuvo un cero en la primera prueba y un cuatro en la segunda, diríamos a partir de calcular el diferencial que mejoró su aptitud matemática en cuatro. En resumen tal puntuación indica en cuanto se modificó (aumentando o disminuyendo) el aprendizaje.

V. RESULTADOS

Actualmente en el campo científico sigue siendo tema de discusión la elección de las pruebas estadísticas, se debate entre paramétricas y/o no paramétricas.

Siguiendo a Siegel (1975), consideramos que las pruebas paramétricas son las que presentan mayor probabilidad de rechazar la hipótesis nula cuando esta es falsa. Si bien en este estudio, y en las fuentes bibliográficas citadas en el presente trabajo sobre la misma temática, se han aplicado técnicas paramétricas, entendemos que metodológicamente, y según las características de nuestra muestra y las condiciones de medición, sería posible aplicar también técnicas no paramétricas.

Con la finalidad de contrastar los resultados obtenidos por una y otra vía, se aplicó entre las no paramétricas, la prueba U de Mann-Whitney que, según Siegel (1975), se trata de la prueba no paramétrica mas poderosa como alternativa a la prueba paramétrica t . También se aplicó la prueba de Wilcoxon usada con bastante éxito en las ciencias de la conducta y la prueba de la mediana. Se eligieron estas pruebas entre las no paramétricas, porque se trata de dos muestras pequeñas e independientes de medición en escalá ordinal.

IV.1. 1. Diferencial de aprendizaje

Los datos consignados son, el puntaje en la prueba de aptitud matemática 1, el puntaje en la prueba de aptitud matemática 2, y si el estudiante efectuó o no el entrenamiento. Para realizar el análisis estadístico, se utilizó el diferencial de aprendizaje. En la tabla 1, se presenta el puntaje de cada sujeto en la prueba de aptitud matemática 1, el puntaje en la prueba de aptitud matemática 2 y la condición de tratamiento: condición 0 para los sujetos que no recibieron entrenamiento y condición 1 para los sujetos entrenados.

TABLA 1
PUNTAJE 1 (P.A.M.1) y PUNTAJE 2 (P.A.M.2) según CONDICIÓN DE TRATAMIENTO.

Sujeto	Puntaje #1	Entrenamiento	Puntaje #2	Diferencial
1	8	1	10	2
2	9	1	9	0
3	7	1	8	1
4	9	1	9	0
5	10	1	12	2
6	11	1	13	2
7	8	1	6	-2
8	0	1	4	4
9	10	1	7	-3
10	7	1	10	3
11	2	1	7	5
12	4	1	6	2
13	7	1	9	2
14	11	1	13	2
15	7	1	10	3
16	8	0	6	-2
17	8	0	8	0
18	7	0	7	0
19	7	0	7	0
20	2	0	0	-2
21	5	0	3	-3
22	6	0	4	-2
23	4	0	5	1
24	4	0	4	0
25	6	0	4	-2
26	12	0	14	2
27	6	0	6	0

28	9	0	10	1
29	7	0	6	-1
30	7	0	6	-1

Cabe recordar que en este estudio la variable independiente es el programa de entrenamiento, es decir si el estudiante recibió o no un entrenamiento en producción de analogías. La variable dependiente es el desempeño en matemática o aptitud matemática, que se mide a partir de una prueba de aptitud. El efecto de la variable independiente se medirá al comparar las clasificaciones diferenciales de los estudiantes experimentales y de control. Como el nivel de medición es ordinal es posible sumar los diferenciales en toda la población. En la tabla 2, vemos que la sumatoria de la población total es 15, siendo en el grupo control, sin entrenamiento, de -8 y en el grupo experimental, con entrenamiento, de 23. Indica que el rendimiento en matemática ha sido altamente superior en el grupo experimental estimando que la intervención ha sido el fenómeno que marcaría la diferencia.

TABLA 2
ESTADÍSTICA DESCRIPTIVA
ANÁLISIS DEL DIFERENCIAL DE APRENDIZAJE
SEGÚN NIVELES DE EXPERIENCIA
Comparación de medias

Análisis del DIFERENCIAL según ENTRENAMIENTO

Variable	Value	Label	Suma	Mean	Std Dev	Variance
Cases						
For Entire Population			15	,5000	2,0129	4,0517
30						
Sin entrenamiento			-8	-,5333	1,3020	1,6952
15						
Con entrenamiento			23	1,5333	2,0999	4,4095
15						

Total Cases = 30

Comparando la media de cada grupo se puede observar en la tabla 2 que la media de los diferenciales de aprendizaje, también es más alta en el grupo con entrenamiento que en el grupo sin entrenamiento; siendo de 1.53 en el grupo experimental y de -0.53 en el grupo control respectivamente, corroborando así una mejora en la aptitud producto de la intervención.

Considerando el número de sujetos de cada grupo que supera el rango mediano (análisis de la mediana), se determina que el número de sujetos del grupo experimental que supera el rango mediano es de 11 de un total de 15, mientras que el número de sujetos de condición control que lo supera es de 3 sobre un total de 15 sujetos. Sugiere que la variable independiente tendría un claro efecto positivo sobre la dependiente.

Con la finalidad de determinar si la diferencia en el rendimiento se debe a condiciones de cada sujeto, razones intrínsecas o particulares y no a la intervención o entrenamiento, se midió el valor de significación entre las dos pruebas para ver si aquellos sujetos que alcanzaron puntaje altos en la prueba de aptitud 1, son también los que alcanzaron altos puntajes en la prueba de aptitud 2. En la tabla 3 se presenta la prueba t que determina el valor de correlación entre muestras relacionadas; se observa que el valor de t no es significativo, -1.36 , pudiendo afirmar que no hay correlación entre la prueba 1 y la prueba 2, y que la mejora en la aptitud matemática observada no se debe a

condiciones particulares de cada sujeto sino a la intervención o entrenamiento.

**TABLA 3
PRUEBA T-VALOR DE CORRELACION ENTRE MUESTRAS
RELACIONADAS-**

Variable	Number of pairs	Corr	2-tail Sig	Mean	SD
TEST1	30	,785	,000	6,9333	2,778
TEST2				7,4333	3,224

Por tratarse de dos muestras pequeñas e independientes se consideran como pruebas estadísticas adecuadas, Wilcoxon, entre las no paramétricas y el análisis de varianza entre las paramétricas (Wood, 1984 pp 284). En la tabla 4, se presenta el análisis de varianza, expone la fuente de varianza, intergrupos e intragrupo, los grados de libertad , la suma de cuadrados , el cuadrado medio y el valor de F usado para evaluar si las diferencias entre grupos son mayores de lo que cabría esperar si sólo operara el azar , es decir si el mejor rendimiento del grupo experimental se debe al entrenamiento o a cuestiones azarosas. Vemos en la tabla que el cuadrado medio entregruos es de 32.03 y el cuadrado medio intragrupo es de 3.05, esta diferencia indica que la intervención o manipulación de la variable independiente tiene un efecto positivo sobre la dependiente o aptitud matemática.

Es necesario determinar si el valor F obtenido de 10.49 es estadísticamente significativo y en ese caso cual es el nivel de significatividad. Como se expresó con anterioridad el valor F se usa para evaluar si las diferencias entre los dos grupos son mayores de lo

que cabría esperar si solo operara el azar. En este caso hay un grado de libertad para el estimado entregrupos y 28 grados de libertad para el estimado intragrupo, el valor de la tabla para el nivel 0.05 es de 4.20 y el valor para el nivel 0.01 es de 7.64. Como el F obtenido es de 10.49 y es mayor que estos dos valores se puede rechazar la hipótesis de nulidad en el nivel de significatividad 0.05 y también en el nivel 0.01 afirmando la incidencia positiva de la variable independiente, entrenamiento, sobre la variable dependiente desempeño o aptitud matemática, las diferencias de rendimiento entre los grupos se debe al entrenamiento y no al factor azar.

Vemos en la misma tabla que el valor de incidencia del entrenamiento sobre la aptitud matemática es de 0.003 sumamente inferior a 0.05, es considerado altamente significativo.

En la tabla 4 se expresa el análisis de varianza y podemos comparar el valor de la media de cada grupo, la media del grupo control (grupo 0) después del entrenamiento es de -0.53 mientras que la media del grupo experimental de 1.53 es altamente superior, lo que nos estaría indicando un incremento de la aptitud matemática a partir del entrenamiento.

TABLA 4
ANALISIS DE VARIANZA
Variable DIFERENCIAL según la variable ENTRENAMIENTO

Variable	D.F.	Sum of Squares	Mean Squares	F Ratio	F Prob.
Between Groups	1	32,0333	32,0333	10,4945	,0031
Within Groups	28	85,4667	3,0524		
Total	29	117,5000			

Group	Count	Mean	Standard Deviation	Standard Error	95 Pct Conf Int	for Mean
Grp 0	15	-,5333	1,3020	,3362	-1,2544 TO	,1877
Grp 1	15	1,5333	2,0999	,5422	,3705 TO	2,6962
Total	30	,5000	2,0129	,3675	-,2516 TO	1,2516

GROUP	MINIMUM	MAXIMUM
Grp 0	-2,0000	2,0000
Grp 1	-3,0000	5,0000
TOTAL	-3,0000	5,0000

Anteriormente se analizó la incidencia del entrenamiento sobre el diferencial de aprendizaje. A continuación en la tabla 5, se profundiza en la incidencia del entrenamiento o variable independiente sobre los puntajes obtenidos en la prueba de aptitud 1 y en la prueba de aptitud 2. La incidencia de la intervención sobre la prueba 1 es lógicamente no significativo, 0.44 mientras que sobre la prueba 2 es de 0.012 es decir altamente significativo. Una cuestión fundamental para el análisis de los datos de este estudio se expresa en esta tabla, en la cual se puede comparar el puntaje medio obtenido por el grupo control y el puntaje medio obtenido por el experimental al comienzo del experimento y al finalizar, luego del entrenamiento, la media del grupo control es de 6.53 y la del experimental es de 7.33 . Este dato nos permite afirmar la homogeneidad de los grupos al comienzo del experimento. Tal como se expresa en la tabla 5, la incidencia de la intervención sobre la prueba de aptitud2 es altamente significativa 0.012, y si comparamos los puntajes medios del grupo 0 y del grupo 1, luego del entrenamiento, corroboramos un aumento considerable de la media para el grupo experimental o grupo 1.

TABLA 5
INCIDENCIA DE LA INTERVENCIÓN SOBRE LOS PUNTAJES
OBTENIDOS EN LA PRUEBA DE APTITUD 1 y 2.
ANALISIS DE VARIANZA

Variable P.A.M.1 según variable ENTRENAMIENTO

Variable TEST1 según la variable EXPER
 Analysis of Variance

Source	D.F.	Sum of Squares	Mean Squares	F Ratio	F Prob.
Between Groups	1	4,8000	4,8000	,6135	,4400
Within Groups	28	219,0667	7,8238		
Total	29	223,8667			

Group	Count	Mean	Standard Deviation	Standard Error	95 Pct Conf Int for ean
Grp 0	15	6,5333	2,3563	,6084	5,2284 TO 7,8382
Grp 1	15	7,3333	3,1773	,8204	5,5738 TO 9,0929
Total	30	6,9333	2,7784	,5073	5,8959 TO 7,9708

GROUP	MINIMUM	MAXIMUM
Grp 0	2	12
Grp 1	0	11
TOTAL	0	12

Variable TEST2 según la variable EXPER
 Analysis of Variance

Source	D.F.	Sum of Squares	Mean Squares	F Ratio	F Prob.
Between Groups	1	61,6333	61,6333	7,1986	,0121
Within Groups	28	239,7333	8,5619		
Total	29	301,3667			

Group	Count	Mean	Standard Deviation	Standard Error	95 Pct Conf Int for Mean
Grp 0	15	6,0000	3,2071	,8281	4,2239 TO 7,7761
Grp 1	15	8,8667	2,6150	,6752	7,4185 TO 10,3148
Total	30	7,4333	3,2237	,5886	6,2296 TO 8,6371

GROUP	MINIMUM	MAXIMUM
Grp 0	0	14
Grp 1	4	13
TOTAL	0	14

La magnitud de la correlación entre el entrenamiento y el diferencial de aprendizaje no sólo se determina por la cercanía de las puntuaciones a la línea de regresión sino también por la cercanía de las puntuaciones a la fluctuación total que se computa al calcular la

varianza. En la tabla 6 y tal como se mostró en la tabla 4, se expresa un valor F de 10.49 al ser ampliamente mayor que los valores de la tabla e inferior a 0.05, podemos rechazar la hipótesis de nulidad y afirmar una relación significativa entre entrenamiento y aptitud matemática. Los datos son homogéneos y el valor de la media muy representativo.

**TABLA 6
REGRESION MULTIPLE**

Multiple R	,52213
R Square	,27262
Adjusted R Square	,24665
Standard Error	1,74711

Analysis of Variance

	DF	Sum of Squares	Mean Square
Regression	1	32,03333	32,03333
Residual	28	85,46667	3,05238
F =	10,49454		
Signif F =	,0031		

Para el nivel de significación de 0.05 y 15 sujetos por grupo el valor de la tabla es de 184 (tabla 7), por ser la suma más pequeña de los dos grupos de 98.00, al ser menor que el valor de la tabla se rechaza la hipótesis de nulidad aceptando la incidencia altamente favorable de la experimentación sobre el diferencial.

Los resultados obtenidos en la prueba de Wilcoxon son consistentes con los resultados anteriores y con la prueba de la mediana (Me) concluyendo que no son atribuibles al azar y siendo el entrenamiento responsable de las diferencias obtenidas entre los grupos.

**TABLA 7
PRUEBA DE WILCOXON**

Wilcoxon Matched-Pairs Signed-Ranks Test
TEST1 with TEST2

Mean Rank	Sum of Ranks	Cases	
10,89	98,00	9	- Ranks (TEST2 LT TEST1)
12,71	178,0	14	+ Ranks (TEST2 GT TEST1)
		7	0 Ties (TEST2 EQ TEST1)
		--	
		30	Total

Z = -1,2448

2-Tailed P = ,2132

Con la finalidad de expresar más claramente la influencia positiva del entrenamiento en producción de analogías sobre la aptitud matemática, se presenta a continuación en la tabla 8, los diferenciales de aprendizaje en orden creciente y la condición experimental como grupo 0, o control, y grupo 1 o experimental, según hayan participado o no del entrenamiento.

**TABLA 8
DIFERENCIAL SEGÚN ENTRENAMIENTO**

DIFERENCIAL	0	1	CANTIDAD - PORCENTAJE
-3	-	1	1 / 3.3%
-2	5	1	6 / 20%
-1	2	-	2 / 6.7%
0	5	2	7 / 23.3%
1	2	1	3 / 10%
2	1	6	7 / 23.3%
3	-	2	2 / 6.7%
4	-	1	1 / 3.3%
5	-	1	1 / 3.3%
TOTALES	15 50.0	15 50.0	30 100.0

En la tabla 9 y 10, se expone el puntaje obtenido por cada sujeto en en la prueba de aptitud1 y en la prueba de aptitud2, respectivamente.

TABLA 9
P.A.M.1 según ENTRENAMIENTO

Puntaje P.A.M.1	0	1	CANTIDAD - PORCENTAJE
0	-	1	1 / 3.3%
2	1	1	2 / 6.7%
4	2	1	3 / 10.0%
5	1	-	1 / 3.3%
6	3	-	3 / 10.0%
7	4	4	8 / 26.7%
8	2	2	4 / 13.0%
9	1	2	3 / 10%
10	-	2	2 / 6.7%
11	-	2	2 / 6.7%
12	1	-	1 / 3.3%
TOTALES	15 50.0	15 50.0	30 100.0

P.A.M.2 según ENTRENAMIENTO

Puntaje P.A.M.2	0	1	CANTIDAD - PORCENTAJE
0	1	-	1 / 3.3%
3	1	-	1 / 3.3%
4	3	1	4 / 13.3%
5	1	-	1 / 3.3%
6	4	2	6 / 20.0%
7	2	2	4 / 13.3%
8	1	1	2 / 6.7%
9	-	3	3 / 10.0%
10	1	3	4 / 13.3%
12	-	1	1 / 3.3%
13	-	2	2 / 6.7%
14	1	-	1 / 3.3%
TOTALES	15 50.0	15 50.0	30 100.0

En resumen, la comparación fundamental en este estudio es el diferencial de aprendizaje en el grupo con entrenamiento y en el grupo sin entrenamiento. Se efectuó por análisis de varianza y prueba de

Wilcoxon, y los resultados revelaron alta significatividad estadística y rechazo absoluto de la hipótesis de nulidad.

Otro aspecto relevante, como se mostró anteriormente, es la homogeneidad de los grupos al comienzo del experimento, lo que se muestra comparando las medias obtenidas por cada grupo en la prueba de aptitud 1 (tabla 5).

Como pudo verse en las tablas 4, 5, 6, y 7, hubo elevados índices de significatividad entre las diferentes medidas en la dirección predicha por la hipótesis de este estudio.

Siguiendo a Siegel (1975), y con la finalidad de contrastar los resultados obtenidos mediante pruebas paramétricas y analizar la posibilidad de rechazar la hipótesis de nulidad, se aplicó la prueba *U* de Mann-Whitney (tabla 10)

TABLA 10
PRUEBA U DE MANN-WHITNEY

ENTRENAN	Mean	Rank	Sum of Ranks
PUNT1 0	15	13,30	199,50
1	15	17,70	265,50
Total 30			
PUNT2 0	15	11,30	169,50
1	15	19,70	295,50
Total 30			
DIFER 0	15	10,83	162,50
1	15	20,17	302,50
Total 30			
		PUNT1	PUNT2
Mann-Whitney U		79,500	49,500
Z		-1,386	-2,634
Asymp. Sig. (2-tailed)		,166	,008
Exact Sig. [2*(1-tailed		,174 (a)	,008 (a)
			DIFER
			42,500
			-2,949
			,003
			,003 (a)

El valor de *U* es útil para determinar la probabilidad asociada a la ocurrencia de la hipótesis nula, e indica el número de veces que un puntaje, en nuestro caso diferencial de aprendizaje, del grupo

experimental supera a un puntaje del grupo control. Como vemos en la tabla 10 el valor de U para el diferencial de aprendizaje es de 42,5 y nos permite rechazar la hipótesis de nulidad en un nivel de significatividad de 0.01. Podemos apreciar que también a partir de la aplicación de esta prueba obtuvimos resultados que hablarían a favor de nuestra hipótesis.

Los resultados son doblemente significativos, puesto que se obtuvieron por aplicación de pruebas paramétricas y no paramétricas llegando por ámbas, a la obtención de resultados similares y significativos para nuestra hipótesis de trabajo.

Para terminar se quisiera resaltar que los resultados encontrados en este estudio sugieren una confirmación del papel que parece jugar la producción de analogías, como estrategia entrenable, sobre la aptitud matemática.

DISCUSION.

Dados los resultados expuestos en la sección anterior, ¿ Qué cabe decir sobre la incidencia de la capacitación en producción de analogías sobre el aprendizaje de la matemática? En una palabra, ¿hasta que punto se han cumplido las predicciones formuladas en nuestra hipótesis?

Los resultados han sido bastante claros: indican que el rendimiento en matemática es altamente superior en el grupo experimental estimando que la intervención ha sido el fenómeno que marcó la diferencia; la media de los diferenciales de aprendizaje, es más alta en el grupo con entrenamiento (1.53) que en el grupo de control respectivamente, corroborando así una mejora en la aptitud producto de la intervención; en este sentido también se determinó que según el valor F (10.49), altamente significativo, se puede rechazar la hipótesis de nulidad y afirmar la incidencia positiva de la variable entrenamiento sobre la variable aptitud matemática; las diferencias de rendimiento entre los grupos son altamente significativas y se deben al entrenamiento y no al factor azar.

Según los resultados estamos en condiciones de afirmar, con cierto grado de certeza, que la analogía podría ser una herramienta pedagógica útil o eficaz, a la hora de resolver problemas de matemática y que tiene un efecto positivo sobre el desempeño o aptitud matemática. Podemos afirmar que en nuestra población, la producción de analogías es una estrategia cognitiva para el aprendizaje de la

matemática de eficiencia probada. Crear analogías entre información a aprender o contenidos e información de interés para el alumno es una importante técnica para la enseñanza de la matemática, en la que el docente ayuda al alumno a usar lo que él ya sabe para entender algo nuevo, tal como Clement lo demostró para la física,

“Formar analogías entre ejemplos difíciles y una situación de enlace es una importante técnica para la enseñanza de la física” Clement, 1993.pp.23.

Nuestros hallazgos tienen importantes implicancias fundamentalmente para la enseñanza, en la medida que comprobamos que la producción de analogías es una estrategia entrenable. La correlación altamente positiva entre analogías y aptitud matemática, nos permite plantear la transferencia analógica como un meta-procedimiento que potencialmente puede ser enseñado con el fin de mejorar el desempeño de los estudiantes en matemática .

Con respecto a la aplicación de analogías en el aula observamos, tal como Novick (1990), que para que sea una estrategia eficaz y útil, es evidentemente necesario que el problema original y el target sean descritos claramente por el alumno de manera que detalle expresamente cada una de las correspondencias entre ellos. Consideramos que el proceso cognitivo más importante en el uso de analogías está en que el estudiante trace las correspondencias estructurales o funcionales que se le ocurran, para que a partir de ellas pueda corroborar si la analogía tal como fue pensada es posible y útil a

los fines de la resolución del problema. Este proceso requiere como contrapartida que el docente acostumbre al alumno a producir analogías con temas familiares, y tolere la demanda de tiempo que dicho proceso requiere.

Consideramos que existen algunos factores que podrían aparentemente limitar el uso de analogías en el aula, entre ellos, a. La tendencia a generalizar en exceso, que lleva al estudiante a conceptos erróneos sobre la temática. Entendemos que esta cuestión no limita en absoluto la utilidad de una analogía puesto que la producción de conceptos erróneos no coarta el proceso de aprendizaje sino que indica al docente que el estudiante está produciendo ideas propias y puede dar cuenta de sus hipótesis; esta instancia del aprendizaje requiere que el docente establezca pautas que reorienten el proceso. Otro de los factores limitantes es, b. Se trata de la cuestión del tiempo; las analogías pueden ser eficaces pero bajo condiciones de tiempo ilimitadas. Simons (1982, 1984) demostró que al restringir la cantidad de tiempo se reducen las ventajas de su uso. Consideramos en relación a esta cuestión que existen ciertas herramientas adicionales que el docente debe conocer a la hora de enseñar, por caso, el *paradigma con ayudas* (Gick y Holyoak, 1980) que consiste en darle al estudiante algunas pautas que ayudan y orientan el proceso de mapeo con el cual se aceleran en cierta medida los tiempos de resolución. La ayuda informa a los sujetos que la información que el docente le suministra podría ayudarle a resolver el problema, en el caso particular de los

sujetos de nuestra investigación no fue necesario brindarles este tipo de ayudas probablemente por tratarse de sujetos entrenados en resolución de problemas. Además las ayudas brindan información parcial que contribuye a la adaptación exitosa para los problemas con términos matemáticos.

Formar analogías es una estrategia que evidencia beneficios en cuanto a los niveles de comprensión de los estudiantes (Clement, 1984, 1993; Novick, 1991). Entendemos que si esto es así también para a resolución de problemas de matemática, el aprendizaje con analogías debiera demostrar beneficios a largo plazo, por ello consideramos de importancia realizar un *post test*, en el cual le administraríamos a los sujetos del experimento una prueba de aptitud matemática que nos permitiría observar si los beneficios del entrenamiento en producción de analogías persisten en el tiempo.

Las analogías que aumentan la comprensión en los estudiantes son aquellas que requieren un exhaustivo proceso cognitivo de establecimiento de correspondencias (mapeo) entre el análogo y el target, consideramos que aquellas analogías producidas por un proceso de asociación rápida y espontánea (Clement, 1988) distan de mejorar los niveles de comprensión del estudiante, estando más cerca de ser un ejemplo que una verdadera analogía.

En función de los resultados que indican una relación altamente positiva entre la producción de analogías y la aptitud matemática, podríamos aventurarnos a considerar que una medida de capacidad de

producción de analogías podría predecir una medida de pericia o aptitud matemática, cuestión que ciertamente tiene importantes implicancias educacionales en la medida que podría usarse un test de analogías como un predictor de medida de aptitud matemática, puesto que una prueba de capacidad analógica es de fácil administración y rápida evaluación.

Quisiéramos resaltar que los resultados encontrados en nuestro estudio sugieren una nueva confirmación del papel que parecen jugar las analogías en el aprendizaje de la matemática, en su doble función de estrategia entrenable y creativa. Somos conscientes que son muchas las preguntas que acerca del tema nos podríamos plantear y sólo algunas a las que pudimos dar respuesta.

Retomando el planteo epistemológico de Echeverría (1989), analizado al comienzo del trabajo, entendemos que por abocarnos al estudio de las estrategias de aprendizaje, este trabajo se enmarcaría decididamente en el contexto de enseñanza, pero al analizar la eficacia del uso de analogías en el aprendizaje de la matemática, nos estaríamos enmarcando así, en el contexto de aplicación. Con lo cual se estaría demostrando aquí algo tan teorizado como las interacciones entre los cuatro contextos de la ciencia. Aunque los cuatro ámbitos fueron presentados como separados, hay que señalar que están fuertemente interrelacionados entre sí, y de hecho interactúan y se influyen recíprocamente. Cabe señalar que la enseñanza puede tomar como objeto las diversas innovaciones teóricas o procedimentales o diversos

modos de evaluación de dichas innovaciones. El contexto de educación, como vemos, afecta los otros tres contextos, recíprocamente, las innovaciones pedagógicas, las diferentes aplicaciones y los nuevos criterios de evaluación modifican tarde o temprano la actividad docente, específicamente cuando se han convertido en una forma de saber, y no son un simple conocimiento.

“... Los científicos dedicados a la enseñanza, a la innovación, a la evaluación, y a la aplicación suelen estar separados entre sí, desde el punto de vista de sus prácticas cotidianas y del ejercicio profesional. Mas el avance de la ciencia depende de todos y cada uno de ellos, y no sólo de los descubridores e innovadores. Una nueva aplicación puede ser más importante que una nueva axiomatización. Pues bien, también un nuevo método de enseñanza, o una adecuada retórica en el proceso de difusión social del conocimiento científico, pueden contribuir al progreso de la ciencia mucho más que la labor en el laboratorio, que prescinde de toda mediación con los restantes contextos de la actividad científica...” Echeverría J. Filosofía de la ciencia. Akal. 1995. Pp.66.

BIBLIOGRAFÍA

- ☞ **Ackerman, W. y Levin, H.** (1958). Effects of Training in Alternative Solutions. *Journal of Educational Psychology*. 41, 239-244.
- ☞ **Adrover, J. & Duarte, A.** (1996). El Uso de Analogías en la Enseñanza de las Ciencias. *Investigaciones en Psicología UBA*. N 1, 39-63.
- ☞ **Ausubel, D. Novak, J. Hanesian, H.** (1968). *Psicología Educativa: Un punto de vista cognoscitivo*. Trillas.
- ☞ **Black, M.** (1979). More about metaphor. En: Ortony (Ed.), *Metaphor and Thought*. Cambridge press.
- ☞ **Black, M.** (1979). More about Metaphor. In Ortony *Metaphor and thought*. Cambridge University press. 19-43.
- ☞ **Bloom, B. y Broder, L.** (1960). Problem Solving Processes Supplementary Educational. 73, 1-31.
- ☞ **Booth, W.; Colomb, G. y Williams, J.** (1995). *The Craft of Research*. The University of Chicago press.
- ☞ **Brown, D.** (1989). Overcoming Misconceptions Via Analogical Transfer. *Instructional Science*. 18, 237-261.
- ☞ **Bunge, M.** (1973). *Method, Model and Matter*. Reidel Publishing Company.
- ☞ **Charnay, R.** (1993). Aprender (por medio de) la resolución de problemas. En *Didáctica de matemáticas*. Paidós. Cap. 3, 51-65.
- ☞ **Chen, Z.** (1995). Analogical Transfer. *Memory and Cognition*. 23 (2) 255-269.
- ☞ **Clement, J.** (1988). Observed Methods for Generating Analogies in Scientific Problem Solving. *Cognitive Science*. Vol. 12, 563-586.
- ☞ **Clement, J.** (1989). Learning Via Model Construction and Criticism. In Glover, G. Ronning, R. & Reynolds (eds.). *Handbook of Creativity*. Plenum.
- ☞ **Clement, J.** (1993). Using bridging analogies and anchoring intuitions to deal with students' preconceptions in physics. *Journal of Research in Science-Teaching* 30, 1241-1257.
- ☞ **Cole, M. Y Means, B.** (1986) *Cognición y Pensamiento*. Bs. As. Paidos.
- ☞ **Coll, C. Pozo, J. I.** (1992). *Los Contenidos de la Reforma*. Aula XXI.
- ☞ **Crutchfield, R.** (1966). *Teaching for Productive Thinking*. Ponencia.
- ☞ **Curtis, R. V. & Reigeluth, C. M.** (1984). The use of analogies in written text. *Instructional Science*. 13, 99-11.
- ☞ **Davison, R.** (1976). *The Role of Metaphor and Analogy in Learning*. Academic press. 135-162.
- ☞ **De Bono, E.** (1993). *El Pensamiento Lateral*. Manual de Creatividad. Cap. 16, pp. 182-191. Paidós.

- ✦ **de Vega, M.** (1984). *Introducción a la Psicología Cognitiva*. Alianza.
- ✦ **Driver, R. y Erickson, G.** (1983). Some theoretical and empirical issues in the study of student's frameworks in science. *Studies in Science education*. 10, 37-60.
- ✦ **Drugge, N. L. & Kass, H.** (1978). The effect of selected analogies on understanding of scientific explanations. *Abstract of Presented Papers, NARST*. Cleveland, OH: ERIC. Clearinghouse for Science, Mathematics, and Environmental Education, The Ohio State University.
- ✦ **Duit, R.** (1991). On the role of Analogical and Metaphors in Learning Science. *Science Education*. Vol. 75, N 6, 649-672.
- ✦ **Echeverría, J.** (1995) *Filosofía de la Ciencia*. Akal. pp.11-65.
- ✦ **Engel, P.** (1993). (Comp.) *Psicología Ordinaria y Ciencias Cognitivas*. Gedisa.
- ✦ **Gabel, D. L. & Sherwood, R. D.** (1984). Analyzing difficulties with moleconcept tasks by using familiar analog tasks. *Journal of Research in Science Teaching*. 21, 843-851.
- ✦ **Gentner, D. & Gentner, D. R.** (1983). Flowing waters or teeming crowds: Mental models of electricity. In D. Gentner & A. Stevens (Eds.), *Mental Models*. Hillside, NJ: Erlbaum.
- ✦ **Gentner, D. & Toupin, C.** (1986). Systematicity and surface similarity in the development of analogy. *Cognitive Science*. 10, 277-300.
- ✦ **Gentner, D.** (1982). Are scientific analogies metamphors?. In D. S. Mail (Ed.), *Metaphor: Problems and perspectives*. Atlantic Highlands, NJ: Humanities.
- ✦ **Gentner, D.** (1983). Structure~mapping: A theoretical framework for analogy. *Cognitive Science*. 7, 155-170.
- ✦ **Getner, D. y Landers, R.** (1985). Analogical reminding. Paper presented at the International Conference of Systems.
- ✦ **Gianella, A.** (1975). *Lógica Simbólica y Elementos de Metodología de la Ciencia*. El Ateneo.
- ✦ **Gick y Holyoak** (1980). Analogical problem solving cognitive psychology. 12, 306-355.
- ✦ **Gick y Holyoak** (1983). Schema induction and analogical trasfer. *Cognitive Psychology*. 15, 1-38.
- ✦ **Gick, M. y Holyoak, K.** (1983). Schema Induction and Analogical Transfer. *Cognitive Psychology*. 12, 306-305.
- ✦ **Gilbert, S.** (1989). And evaluation of the use of analogy. *Journal of research in science teaching*. 26, 315-327.

- ↵ **Glynn, S. M.** (1989). The teaching with analogies (T.W.A.) model: Explaining concepts in expository text. In K. D. Muth (Ed.), *Children's comprehension of narrative and expository text: Research into practice* (pp. 99-129). Newark, DE: International Reading Association.
- ↵ **Gordon, W. J. J.** (1961). *Synectics: The development of creative capacity*. New York: Harper & Row.
- ↵ **Gore, E. & Mazzini, M.** (1994). Desde la Experiencia: Notas sobre diseño de programas de capacitación. Facultad de Filosofía y Letras. UBA.
- ↵ **Hanson, N.R.** (1971). *Constelaciones y conjeturas*. Trad. Por Solis, C. Madrid. Alianza.
- ↵ **Harrison, A. y Treagust, D.** Teaching with Analogies: A Case in Grade-10 Optics. *Journal of Research in Science Teaching*. Vol. 30, N 10, 1291-1307.
- ↵ **Hesse, M. B.** (1966). *Models and Analogies in Science*. Univ. of Notre Dame press.
- ↵ **Holycak, K.** (1985). The pragmatics of analogical transfer. In G. H. Bower (Ed.), *The advances in the psychology of learning and motivation*. New York: Academic press.
- ↵ **Holycak, K. J. & Thagard, P.** (1989). Analogical mapping by constraint satisfaction. *Cognitive Science*. 13, 295-355.
- ↵ **Holyoak, K. J.** (1984). Analogical thinking and human intelligence. In R. J. Sternberg (Ed.), *Advances in the psychology of human intelligence*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.
- ↵ **Holyoak, K. y Koh** (1987). Surface and Structural Similarity in Analogical Transfer. *Memory and Cognition*. 14, 332-340.
- ↵ **Issing, L. J.** (1990). Learning from pictorial analogies. *European Journal of Psychology of Education*. 5, 489-499.
- ↵ **Keane, M.** (1997). What makes an analogy difficult?. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, and Cognition*. Vol. 23, N 4, 946-967.
- ↵ **Kuhn, T.** (1979). Metaphor in Science. En: Ortony (Ed.), *Metaphor and Thought*. Cambridge press.
- ↵ **Kuhn, T.S.** (1983). Relationality and Theory Choice. *Journal of Philosophy* 80.pp.563-570.
- ↵ **Lawson, A.** (1974). Piagetian Formal Operational Tasks Science Education. 58, 267-276.
- ↵ **Leatherdale, W.** (1974). *The Role of Analogy, Model and Metaphor in Science*. North Holland Publication Company.
- ↵ **Maier, N.** (1930). Reasoning in Humans. *Journal of Comparative Psychology*. 10, 115-143.

- ☞ **Mason, L.** (1994). Cognitive and Metacognitive aspect in Conceptual Change by Analogy. *Instructional Science*. N 22, 157-187.
- ☞ **Minervino, R. y Adrover, J.** (1993). Solución de problemas por analogía. *Anuario de Investigaciones 1993*. UBA. 115-127.
- ☞ **Moreno Armela,**(1998) Piaget en la Educación. Debate en torno a sus aportaciones. Paidós Educador.
- ☞ **Newby, T. J.; Ertmer, P. A. & Stepich, D.** (1995). Instructional Analogy and learning of concepts. *ETR & D*, Vol. 43, N 1, 5-18.
- ☞ **Novic, L. y Holyoak, K.** (1994). Mathematical Problem Solving by Analogy. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, and Cognition*. Vol. 17, N 3, 398-415.
- ☞ **Paivio, A.** (1983). The mind's eye in Arts and Science. *Poetics*. 12 (1), 1-18.
- ☞ **Parnes, S. y Meadow, A.** (1959). Effect of Instruction on Creative Problems. *Journal of Educational Psychology*. 29, 297-318.
- ☞ **Parra, C. y Saiz, I.** (1993). Didáctica de matemáticas. Aportes y Reflexiones. Paidós.
- ☞ **Peattie, K.** (1990). Pretending to understand business policy. *Management Education and Development*. 21, 287-300.
- ☞ **Piaget, J.** (1953). *Biología y Conocimiento*. Siglo XXI.
- ☞ **Pierce, K. y Gholson, B.** (1994). Surface Similarity and Relational Similarity in the Development of analogical Problem Solving. *Developmental Psychology*. Vol. 30, N 5, 724-737.
- ☞ **Polya, G.** (1968). *Matemáticas y razonamiento plausible*. Madrid. Tecnos.
- ☞ **Pozo, J. I.** (1988). Adquisición estrategias de aprendizaje. *Cuadernos de Pedagogía*. Nº175, 8-11.
- ☞ **Pozo, J. I.** (1990). Estrategias de Aprendizaje. En Coll, C.; Palacios, A. Marchesi (Comp.). *Desarrollo Psicológico y Educación*, II. Alianza. 199-221.
- ☞ **Radford, D. L.** (1989). Promoting learning through the use of analogies in high school biology. A paper presented at the Annual Meeting of the National Association for Research in Science Teaching. San Francisco, CA.
- ☞ **Reed, S. K.** (1987). A structure mapping model for word problems. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, and Cognition*. 13, 124-139.
- ☞ **Reed, S. y Bolstad, C.** (1991). Use of examples and problem solving. *Journal of Psychology Experimental*. 17, 753-766.
- ☞ **Riopelle, A.** (1953). Transfer suppression an learning sets. *Journal of Comparative Psychology*. 8, 325-333.
- ☞ **Riviere, A.** (1993). El sujeto de la Psicología Cognitiva. Alianza Cap. II y V, pp. 19-33 y 63-75.

- ↵ **Robins, S. y Mayer, R.** (1993). Schema Training in Analogical Reasoning. *Journal of Educational Psychology*. Vol. 85, N 3, 529, 538.
- ↵ **Ross, B. y Kilbane, M.** (1987). Effect of Principle Explanation and Superficial Similarity on Analogical Mapping in Problem Solving. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, and Cognition*. Vol. 23, N 2, 427-440.
- ↵ **Rumel Hart, D. y Norman, D.** (1981). *Analogical Processes in Learning*. Hillsdale Erlbaum. 335-359.
- ↵ **Rumelhart** (1977). Representation of knowledge. In Anderson, J. *Schooling and the acquisition of knowledge*. Erlbaum.
- ↵ **Schroeder, H. y Rotter, J.** (1952). Rigidity as learned behavior *Journal of Experimental Psychology*. 43, 141-150.
- ↵ **Schwartz, D. y Black, J.** *Analog Imagery in Mental Model Reasoning: Deceptive Models*. *Cognitive Psychology*. Vol. 3.
- ↵ **Shapiro, M.** (1985). *Analogies, Visualization and Mental Processing*. Paper presented to the Information Systems Association.
- ↵ **Siegel, S.** (1975). *Estadística no Paramétrica. Para ciencias del comportamiento*. Makron. Pp 106-178.
- ↵ **Simon, H.A.** (1987). *Models of discovery and Other topics in the Methodology of Science*. Reidel.
- ↵ **Simons, P. R.** (1982). Concrete analogies as aids in learning from text. In A. Flammer & W. Kintsch (Eds.), *Discourse processing*. North Holland.
- ↵ **Simons, P. R.** (1984). Instructing with analogies. *Journal of Educational Psychology*. 76, 513-527.
- ↵ **Solar, M. I.** (1992). *Creatividad y docencia universitaria*. CINDA: Centro Interuniversitario de Desarrollo. Multivac Ltda.
- ↵ **Solomon, J.** (1983). Learning about energy: *European Journal of Science Education*. 5 (1), 49-59.
- ↵ **Spellman, B. y Holyoak, K.** (1996). Pragmatics in Analogical Mapping. *Cognitive Psychology*. Vol. 31, N 19, 307-346.
- ↵ **Stavy, R.** (1990). Using Analogy to Overcome Misconceptions About Conservation of Matter. *Journal of Research in Science Teaching*. Vol. 28, N 4, 305-313.
- ↵ **Stepich, D.** (1995). Analogical instruction within the information processing paradigm. *Instructional Science*. 17, 129-144.
- ↵ **Sternberg, R. y Ketron, J.** (1982). Selection and Implementation of Strategies in Reasoning by Analogy. *Journal of Educational Psychology*. Vol. 74, N 3, 399-413.
- ↵ **Thagard, P.** (1992). Analogy, explanation, and education. *Journal of Research in Science Teaching*. 29, 537-544.

- ↵ **Thagard, P.** (1992). Analogy, explanation, and education. *Journal of Research in Science Teaching*. Vol. 29, N 6, 537-544.
- ↵ **Thagard, P.; Cohen, D. & Holyoak, K.** (1989). Chemical analogies. *Proceedings of the Eleventh International Joint Conference on Artificial Intelligence*. 819-824.
- ↵ **Thagard, P.; Holyoak, K. y Nelson, G. & Gochfeld, D.** (1990). Analog retrieval by constraint satisfaction. *Artificial intelligence*. 46, 259-310.
- ↵ **Turbayne, C.** (1962). The myth of metaphor. Traducción al Castellano Paschero, C. *El mito de la meráfora*. Fdo. Cultura Econ.
- ↵ **Vosniadou, S. & Schommer, M.** (1988), Explanatory analogies can help children acquire information from expository text. *Journal of Educational Psychology*. 80, 524-536.
- ↵ **Wautier, G. y Westman, A.** (1995). Relationships Between Learning Styles and Solutions Based on Analogies or Background Knowledge. *Psychological Reports*. N 77, 1115-1120.
- ↵ **Wood, G.** (1984). *Fundamentos de la Investigación Psicológica*. Trillas.

ANEXO I

Nombre y Apellido:
U.N.M.D.P.

Fecha:

.....
Facultad de Psicología
Proyecto Investigación: LA PRODUCCION DE ANALOGIAS COMO
ESTRATEGIA PARA EL APRENDIZAJE DE LA MATEMATICA.

PROGRAMA DE CAPACITACION.

SEGUNDO MODULO

Esta actividad es la primera sección de un programa de capacitación, el mismo forma parte de un proyecto de investigación sobre la capacidad que tienen las personas para establecer relaciones (analogías) entre, pares de palabras, problemas a resolver, situaciones cotidianas, etc.

Actividad.

Esta tarea está dedicada a la producción de relaciones entre pares de palabras (analogías verbales). Consta de 60 preguntas, en cada una de ellas se le presentaran cuatro pares de palabras; su tarea consiste en decidir cual de los tres páres de palabras que se presentan en el lado derecho de la hoja representa mejor la relación existente entre las palabras que componen el primer par y marcar, en su hoja de respuesta, aquella que considere como la mejor alternativa (A, B, o C).

Por ejemplo, podría encontrarse con:

	A	B	C
grande	chaqueta	fertilidad	estación
chico	abrigo	esterilidad	otoño

La respuesta apropiada es la B: fertilidad-esterilidad, porque la relación que hay entre estas dos palabras es la mas parecida a la relación que hay entre grande-chico. A continuación le presentamos otro ejemplo más:

	A	B	C
ciencia	líquido	taza	similitud
biología	limonada	asa	diferencia

Aquí la respuesta es A: líquido-limonada, porque la relación que hay entre estas palabras es la más parecida a la que existe entre ciencia y biología.

Cuando este preparado/a, por favor de vuelta la hoja y comience.

Conteste a todos los ítems marcando con un círculo la respuesta correcta.

...Gracias por su colaboración....

ANEXO II

Nombre y Apellido:
U.N.M.D.P.

Fecha:

.....
Facultad de Psicología

**Proyecto Investigación: LA PRODUCCION DE ANALOGIAS COMO
ESTRATEGIA PARA EL APRENDIZAJE DE LA MATEMATICA.**

**PROGRAMA DE CAPACITACION.
TERCER MODULO**

Esta actividad es la segunda sección de un programa de capacitación que forma parte de un proyecto de investigación sobre la capacidad que tienen las personas de establecer relaciones (analogías) entre pares de palabras, problemas a resolver, situaciones cotidianas, etcétera.

En esta tarea en particular, le presentamos 50 oraciones incompletas (numeradas de 1 al 50). A cada una de ellas le faltan la primera y la última palabra, figurando en esos espacios vacíos, líneas de puntos. En cada caso Ud. debe elegir las dos palabras que completarían las oraciones de tal manera que resulten válidas y coherentes .

Para completar esas oraciones se le ofrecen debajo de la frase incompleta cinco parejas de palabras (identificadas como A-B-C-D y E) Entre ellas debe seleccionar aquellas parejas de palabras que considere apropiada. Sólo debe elegir una paréja de palabras para cada frase y marcarlas con un círculo en el cuadernillo.

Le presentamos un ejemplo como orientación:

..... es a agua como comer es a

- F. continuar-----empujar
- G. pie-----enemigo
- H. beber-----alimento
- I. muchacha-----industria
- J. beber-----enemigo

La frase correcta completa es: Beber es a agua como comer es a alimento.

Cuando esté preparado, por favor, de vuelta la hoja y comience la actividad.

...Gracias por su colaboración...

ANEXO III

Nombre y Apellido:
U.N.M.D.P.

Fecha:

.....

Facultad de Psicología

**Proyecto Investigación: LA PRODUCCION DE ANALOGIAS COMO
 ESTRATEGIA PARA EL APRENDIZAJE DE LA MATEMATICA.**

**PROGRAMA DE CAPACITACION
 CUARTO MÓDULO**

Esta actividad es la tercera sección de un programa de capacitación, el mismo forma parte de un proyecto de investigación sobre la capacidad que tienen las personas de establecer relaciones (analogías) entre pares de palabras, problemas a resolver, situaciones cotidianas, etcétera.

Este módulo cuenta con dos partes A y B. En la parte A en particular, la tarea está dedicada a la producción de relaciones (analogías) entre problemas de matemática; y en la parte B, debe resolver problemas usando su creatividad e imaginación..

PARTE A:

Consta de tres problemas simples que Ud. mismo debe resolver. A continuación de cada problema encontrará ciertas indicaciones que debe atender. **PRESTE ESPECIAL ATENCIÓN A C/U DE ELLAS.**

Le presentamos el primer problema que Ud. debe resolver. Anote, en el lugar indicado, la hora en que comenzó a resolverlo y la hora en que finalizó.

... Muchas gracias por su colaboración ...

PROBLEMA I:

El Sr. y la Sra. Renshaw planeaban arreglar el jardín. Acordaron en el número total de plantas a comprar, pero no acordaron en cuántas de cada clase. El Sr. Renshaw quería tener pocas clases de plantas y diez de cada clase. La Sra. Renshaw quería más cantidades diferentes de plantas por lo que sugirió comprar sólo cuatro de cada clase. Al Sr. Renshaw no le gustaba eso porque si algunas plantas se secaban, no quedarían muchas de cada clase. Entonces acordaron en tener cinco de cada planta. Pero luego su hija les dijo que había espacio en el jardín para dos plantas más, aunque entonces no habría el mismo número/cantidad de cada clase de planta. Para remediar esto, ella sugirió comprar seis de cada planta. Todos quedaron satisfechos con esta idea.

Dada esta información, Cuál es la menor cantidad de plantas que los Renshaw podrían tener en el jardín?

SOLUCIÓN:

HORA COMIENZO:

RESPUESTA:**HORA FINALIZACIÓN:**

El problema I o “problema del jardín”, que resolvió anteriormente es similar al problema que a continuación le presentamos, por lo tanto trate de usar el problema I para resolver el problema II o “problema de la banda”. En especial, trate de utilizar el procedimiento de resolución del problema I para resolver el problema II, pueden existir otras formas de resolver este problema , pero **ES MUY IMPORTANTE QUE USE LO QUE APRENDIÓ EN EL PROBLEMA I (JARDÍN) PARA RESOLVER EL PROBLEMA II (BANDA).**

PROBLEMA II:

Los miembros de la banda de la Escuela de West High estaban trabajando en la práctica de la Anual Homecoming Parade. Primero, formaron en hileras de 12, pero Andrew quedó sólo atrás. El director de la banda estaba molesto porque no se veía bien tener una hilera con una sólo persona. Para librarse de éste problema, el director dijo a la banda que marcharan en hileras de 8. Pero Andrew aún quedaba sólo. Aún cuando la banda marchaba en hileras de 3, Andrew quedaba afuera. Finalmente, exasperado, Andrew le dijo al director que deberían

marchar en hileras de 5 con el fin de que todas las hileras este completas y Andrew ya no esté sólo.

Dado que eran más de 45 músicos y menos de 200, Cuántos músicos había en la banda?

SOLUCIÓN :

HORA DE COMIENZO:

RESPUESTA:

HORA FINALIZACIÓN:

Por favor, anóte a continuación todas las posibles similitudes y diferencias que puede pensar entre el problema II (banda) y el problema I (jardín).

SIMILITUDES:

*

*

*

*

*

DIFERENCIAS:

- *
- *
- *
- *

PROBLEMA III:

La madre de María le preguntó cuántas estampillas tenía en su colección, María no estaba segura, creía que tenía entre 80 y 550, y que podía contarlas de a 7 sin dejar ninguna aparte. Sin embargo, si las contaba de a 5, 6, 9, o 10, siempre quedaban 4 estampillas. Cuántas estampillas tiene María en su colección?

SOLUCIÓN:**HORA COMIENZO:****RESPUESTA:****HORA FINALIZACIÓN:**

A continuación le presentamos los cuatro conceptos principales del problema III o “problema de las estampillas”. Ud. debe escribir junto a

cada uno de ellos el concepto equivalente correspondiente al problema II, o “problema de la banda”.

Estampillas-

Colección de estampillas-

Cantidad de estampillas que tenía en la colección-

Siguiendo con la tarea, le presentamos los cinco números más importantes del problema III, Ud. debe escribir junto a c/u el número correspondiente del problema II.

7-

3-

5-

6-

80-150-

Aquí ha finalizado la parte A de este módulo de capacitación.....Muchas gracias por su colaboración.

ANEXO IV.

Nombre y Apellido:
U.N.M.D.P.

Fecha:

.....

Facultad de Psicología

**Proyecto Investigación: LA PRODUCCION DE ANALOGIAS COMO
ESTRATEGIA PARA EL APRENDIZAJE DE LA MATEMATICA.**

PROGRAMA DE CAPACITACION QUINTO MÓDULO

Esta actividad es la **ÚLTIMA** sección de un programa de capacitación, el mismo forma parte de un proyecto de investigación sobre la capacidad que tienen las personas de establecer relaciones (analogías) entre pares de palabras, problemas a resolver, situaciones cotidianas, etcétera.

En esta actividad en particular, Ud. debe usar su creatividad e imaginación para relacionar una situación problemática de la vida diaria, propuesta por nosotros, con una situación problema que Ud. debe seleccionar de una lista que le presentamos a continuación.

Para realizar la tarea tome como guía las preguntas que le presentamos y contéstelas por escrito en la presente hoja.

SITUACIÓN PROBLEMÁTICA I:

Intentando poner un coche en marcha una fría mañana de invierno.

PROBLEMAS SUGERIDOS: (Seleccione uno)

- Solucionar un difícil problema matemático.
- Rescatar un gato de una alta corniza.
- Comprar entradas para un partido de fútbol.

Consigna:

1. Elija un problema de los tres sugeridos.
2. Cómo relaciona la situación problemática I con el problema por Ud seleccionado?
3. Confeccione una lista de posibles semejanzas y diferencias entre ámbos.
4. Aplique la forma de resolver la situación problemática I, para resolver el problema elegido. Describa claramente y detalle.
5. Logró adaptar la situación problemática I a la resolución del problema?

...Muchas gracias por su colaboración...

ANEXO V

U.N.M.d.P.

**Proyecto Investigación: LA PRODUCCION DE ANALOGIAS
COMO ESTRATEGIA PARA EL APRENDIZAJE DE LA
MATEMATICA.**

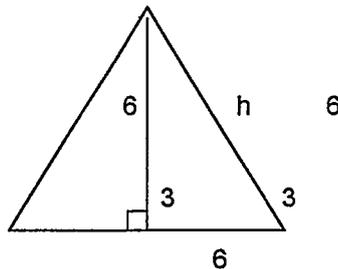
PRUEBA APTITUD MATEMATICA I.

Resuelva cada uno de los problemas que se le presentan a continuación de manera rápida y clara, respetando el orden de aparición.

Problema # 1

- A) El área de un triángulo equilátero con lados de 6.
- B) El área de un triángulo rectángulo con lados de $\sqrt{3}$ Y 9

El área de un triángulo es la mitad del producto del tamaño de la base y de la altura (podría interpretarse como base por altura dividido dos). En el punto A, el tamaño de la altura debe ser primero determinado. Un bosquejo del triángulo podría ayudar.



Respuesta:

Problema # 2

En un año determinado, Minnesota produjo $\frac{2}{3}$ y Michigan produjo $\frac{1}{6}$ de la producción total de las minas de hierro de Estados Unidos. Si todos los otros estados juntos produjeron

18 millones de toneladas ese año, cuantos millones de toneladas produjo Minnesota ese año?

- (A) 27 (B) 36 (C) 54 (D) 72 (E) 162

Respuesta:

Problema # 3

Porcentajes de dolares obtenidos de ventas en ciertas tiendas desde 1977 a 1979		
Tienda	Porcentajes	
	Desde 1977 a 1978	Desde 1978 a 1979
P	+10	-10
Q	-20	+9
R	+5	+12
S	-7	-15
T	+17	-8

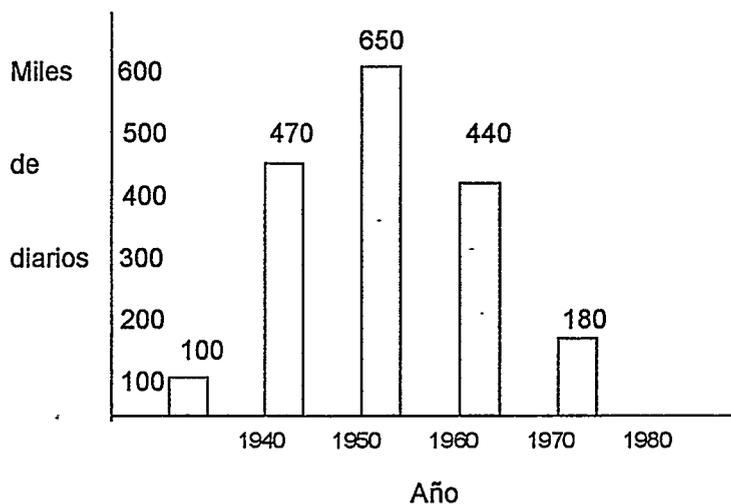
En la tienda T, la cantidad de dólares obtenidos en 1978 fue aproximadamente que porcentaje de la cantidad de dólares obtenidos en 1979?

- (A) 86% (B) 92% (C) 109% (D) 117% (E) 122%

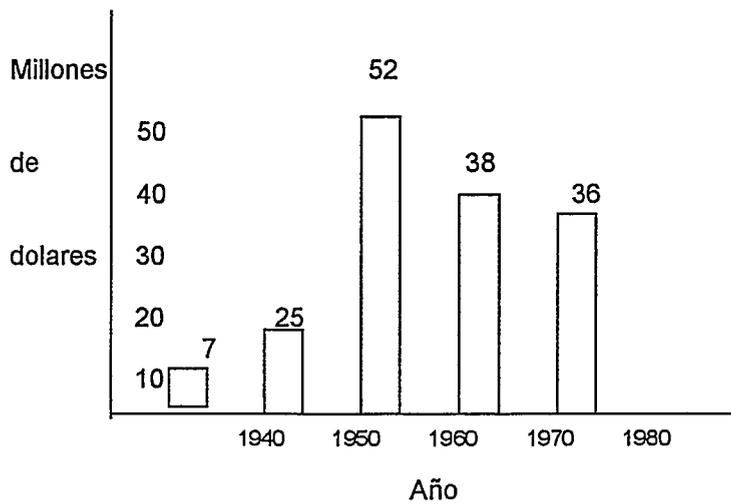
Respuesta:

Problema # 4

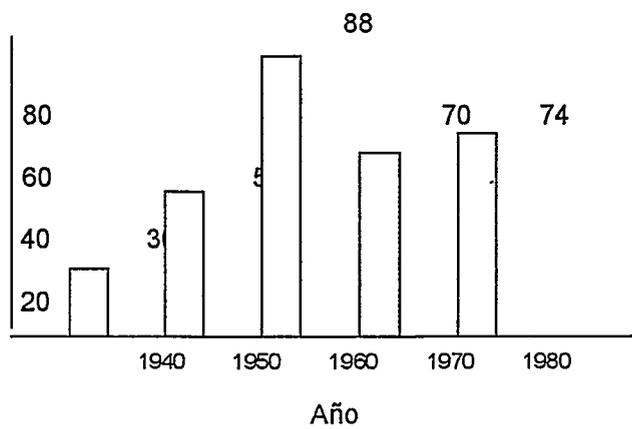
Circulación diaria del *diario X*



Total anual de ingreso de publicidad por *diario X*



Promedio de paginas por emisión del *diario X*



Cual de las siguientes sentencias pueden ser deducidas de los datos.

- I) El mayor incremento anual en el ingreso de publicidad de cada periodo de 10 años fue de 27 millones.
- II) En cada uno de los periodos de 10 años, en los cuales el ingreso anual de publicidad decreció, el calculo diario de circulación también decreció.
- III) Desde 1970 a 1980, el calculo del numero de paginas por periódico se incremento en 10.
- A) Solo I
 B) Solo II
 C) Solo III
 D) I y II
 E) II y III

Respuesta:

Problema # 5

En un juego, se colocan seis tasas dadas vuelta en una línea recta, cada tasa esconde dentro de si una bola. Las tasas son numeradas consecutivamente de 1 a 6. Cada bola esta pintada de un color liso. Los colores son, verde, violeta, naranja, púrpura, rojo y amarillo. Las bolas han sido ocultadas bajo las tasas de manera que cumplan con las siguientes condiciones.

- La bola púrpura debe estar escondida bajo una tasa de menor numero que la que contiene a la bola naranja.
 - La bola roja debe ser escondida bajo una tasa adyacente a la tasa bajo la cual se encuentra escondida la bola violeta.
 - La bola verde debe ser ocultada bajo la tasa 5.
- a) Cual de las siguientes combinaciones pueden ser los colores de las bolas bajo las tasas, en orden de 1 a 6?
- a) Verde, Amarillo, Violeta, Rojo, Púrpura, Naranja
 b) Violeta, Verde, Púrpura, Rojo, Naranja, Amarillo
 c) Violeta, Rojo, Púrpura, Amarillo, Verde, Naranja
 d) Naranja, Amarillo, Rojo, Violeta, Verde, Púrpura
 e) Rojo, Púrpura, Violeta, Amarillo, Verde, Naranja

Respuesta:

- b) Si la bola violeta esta bajo la tasa 4, la bola roja debe estar bajo la tasa:
- a) 1
 b) 2
 c) 3

- d) 5
e) 6

Respuesta:

- c) Que bola puede estar bajo la tasa 6?

- a) Verde
b) Violeta
c) Púrpura
d) Rojo
e) Amarillo

Respuesta:

- d) Si la bola púrpura esta bajo la tasa 4, la bola naranja debe estar bajo la tasa?

- a) 1
b) 2
c) 3
d) 5
e) 6

Respuesta:

- f) Cual de las siguientes sentencias son verdaderas:

- a) La bola verde esta debajo de una tasa con menor numero que la bola amarilla
b) La bola naranja esta debajo de una tasa con menor numero que la bola verde
c) La bola púrpura esta debajo de una tasa con menor numero que la bola verde
d) La bola púrpura esta debajo de una tasa con menor numero que la bola roja
e) La bola roja esta debajo de una tasa con menor numero que la bola amarilla

Respuesta:

Problema # 6

Un gobierno esta asignando a 6 embajadores – Farr, Golden, Hayakawa, Inserra, Jones, y Kovacs- a 4 embajadas existentes. Las embajadas L y M están ubicadas en países con climas secos, las embajadas P y T están ubicadas en países con climas húmedos. Los postulantes deben ser asignados de acuerdo a las siguientes sentencias.

- * Cada embajada debe tener al menos un postulante.
- * Al menos una de las embajadas en un país de clima húmedo debe tener por lo menos 2 trabajadores asignados.
- * Golden no puede ser asignado a la misma embajada que Kovacs.
- * Inserra debe ser asignado a una embajada en clima seco.

* Jones debe ser asignado a una embajada con clima húmedo.

Cual de las siguientes sentencias es una correcta asignación de un/unos postulantes a una embajada

	L	M	P	T
	Farr, Golden	Inserra, Kovacs	Hayakawa	Jones
	Golden, Kovacs	Inserra	Jones	Farr, Hayakawa
	Golden	Farr, Inserra	Kovacs	Jones,Hay akawa
	Jones	Golden, Inserra	Hayakawa	Farr, Kovacs
	Kovacs	Farr, Hayakawa	Inserra	Golden, Jones

Respuesta:

Problema # 7

Un granjero planta únicamente 5 clases de vegetales - frijoles, maíz, lechuga, arvejas, zapallo- cada año el granjero planta exactamente tres variedades distintas de vegetales, de acuerdo a las siguientes restricciones.

- Si planta maíz, el granjero también plantara frijoles ese año.
- Si planta lechuga un año, el granjero no puede plantar lechuga el año siguiente
- En un año determinado el granjero no puede plantar mas de uno de los vegetales plantado en el año anterior.

Cual de las siguientes es una posible secuencia de combinación para plantar en dos años sucesivos?

- (A) Frijoles, maíz, lechuga / Maíz, arvejas, zapallo
- (B) Frijoles, maíz, arvejas / Frijoles, Maíz, zapallo
- (C) Frijoles, arvejas , zapallo / frijoles, maíz, lechuga.
- (D) Maíz, arvejas, zapallo / frijoles, lechuga, arvejas.
- (E) Lechuga, arvejas, zapallo / Frijoles, maíz, lechuga.

Respuesta:

Problema # 8

Si el mismo granjero, (con las mismas restriccones) planta frijoles, maíz y lechuga en el primer año, cual de las siguientes combinaciones debe ser plantadas en el tercer año.

- (A) Frijoles, Maíz y lechuga
- (B) Frijoles, Maíz y arvejas.
- (C) Frijoles, Lechuga y arvejas.
- (D) Frijoles, arvejas y zapallos.
- (E) Lechuga, arvejas y zapallos.

Respuesta:

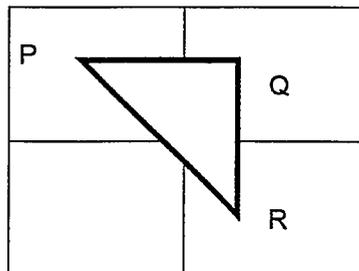
Problema # 9

Si $0 < s < 1$, entonces cual de los siguientes es verdadera:

- a) $s < -1$ y $t > 0$
- b) $s < -1$ y $t < -1$
- c) $s > -1$ y $t < -1$
- d) $s > 1$ y $t < -1$
- e) $s > 1$ y $t > 1$

Respuesta:

Problema # 10



En la figura de arriba cada uno de los 4 cuadrantes tiene lados de un tamaño x . Si PQR esta formado por la unión de los centros de tres de los cuadrantes, cual es el perímetro de PQR en función de x ?

- A) $2x\sqrt{2}$
- B) $x\sqrt{2}/2 + x$
- C) $2x + \sqrt{2}$
- D) $x\sqrt{2} + 2$
- E) $2x + x\sqrt{2}$

Respuesta:

Problema # 11

Los terapeutas encontraron que el tratamiento para aquellas personas que precisaban ayuda para dejar de fumar o de comer en exceso es raramente exitoso. Desde sus experiencias los terapeutas han concluido que esa clase de hábitos son intratables y el éxito en abandonar estos hábitos es muy raro.

Como muestran los reportes, millones de personas han dejado de fumar y muchos otros han logrado bajar su peso.

Si todo lo antedicho es correcto, la explicación que resuelve esta aparente contradicción es provista por una de las siguientes hipótesis:

- (A) Ha habido muchas personas que lograron triunfar en la terapia, y estos han sido todos considerados en los reportes
- (B) Es fácil dejar de fumar como es fácil dejar de comer.
- (C) Es fácil dejar de fumar como controlarse en las comidas si uno tiene fuerza de voluntad.
- (D) El grupo de personas seleccionadas para los reportes no incluye a aquellos que fallaron en terapias para el control de esos hábitos.
- (E) Aquellos que se curaron y no fueron a ningún tratamiento no están incluidos en los reportes de los terapeutas.

Respuesta:

Problema # 12

La prohibición mundial de la producción de ciertos químicos que destruyen la capa de ozono provee solo una ilusión de protección. Cantidades de químicos están siendo producidos hoy en día para su utilización en los refrigeradores de millones de hogares.

Una vez que la capa de ozono es dañada, no puede ser recuperada. O sea que, no hay manera de prevenir que estos químicos continúen dañando la capa de ozono.

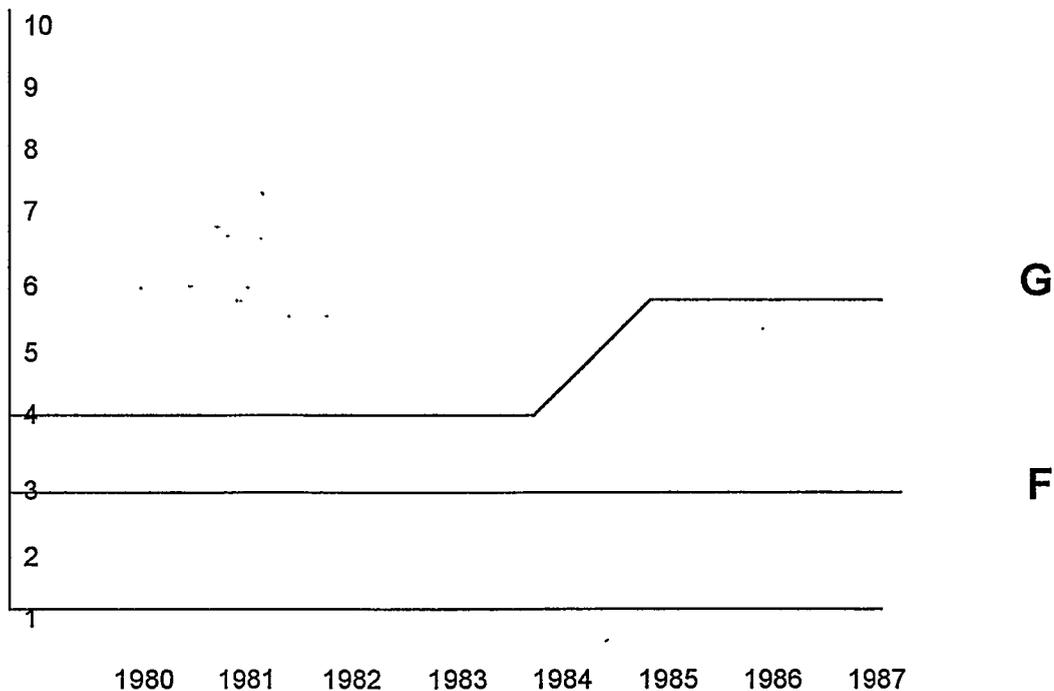
Cual de las siguientes sentencias, si son verdaderas, disminuye la importancia del artículo anterior:

- a) Es imposible medir con exactitud la cantidad de ozono que se destruye con los químicos existentes en los refrigeradores.
- b) En las sociedades modernas, la refrigeración de comidas es necesaria para prevenir condiciones de vida insalubres.
- c) El desarrollo de químicos que no destruyan la capa de ozono no ha sido desarrollado aun, y podría ser mas caro que los químicos hoy usados.
- d) Aunque la gente dejara de usar los químicos en sus refrigeradores, los congelantes de los refrigeradores son una amenaza a la capa de ozono.
- e) Los congelantes en los refrigeradores pueden ser recuperados completamente al final de la vida útil de los refrigeradores y vueltos a usar.

Respuesta:

Problema # 13

Poblacion de especies F y G en el Estado de Aviarya entre 1980 y 1987



Cual de las siguientes afirmaciones, si los datos de 1984 son verdaderos, ayudaran a explicar los datos ilustrados en el gráfico sobre la diferencia entre la población total de las especies F y G.

- (A) El duro invierno causo, inusualmente, que gran parte del total de la población de la especie F migrara hacia al norte temporariamente .
- (B) La usurpación gradual del hombre sobre el hábitat de la especie G, ha producido un aumento en la población.
- (C) La especie G fue protegida por ser el ave del Estado de Aviarya .
- (D) Hay menos estaciones de observación con la función de contar las aves que en años pasados.
- (E) Planes gubernamentales para la expansión del turismo en las áreas salvajes del estado de Aviarya fueron elaborados y elevados a la legislatura.

Respuesta: